①

# ANALISI MATEMATICA II

(PROF. BARTOLO)

22/08/2001 - 10.30/13.00 - Pag. 193 - 206

LIBRO CAP. 5 · RISOLUZIONE GRAFICA DI DISEQUAZIONI IN DUE INCOGNITE

· INTRODUZIONE

· UNA DISEQUAZIONE IN DUE INCOGNITE SI ESPRIME NELLA FORMA $F(x,y) \gtrless 0$

· RISOLUZIONE GRAFICA: TROVARE LA PARTE DI PIANO I CUI PUNTI SODDISFANO LA DISEQUAZIONE

· $y = f(x)$ È L'EQUAZIONE SODDISFATTA DALLE COPPIE DI PUNTI $(x, f(x))$.

(REGIONE $\alpha$) $y > f(x)$ SONO I PUNTI AL DI SOPRA DELL'EQUAZIONE (HANNO ASCISSA MAGGIORE)

(REGIONE $\beta$) $y < f(x)$ " " " AL DI SOTTO " (HANNO ASCISSA INFERIORE)


· POSSIAMO DIRE LA SOLUZIONE DELLA DISEQUAZIONE $y > f(x)$ È L'INSIEME DELLE INFINITE COPPIE $(x,y)$ FACENTI PARTE LA REGIONE $\alpha$

## DISEQUAZIONI LINEARI

- DISEQUAZIONI LINEARI O DI PRIMO GRADO: DISEQUAZIONI CHE FIGURANO NELLA FORMA:

$$ax + by + c \gtrless 0$$

O IN FORME AD ESSA RICONDUCIBILI.

- PER RISOLVERE LA DISEQUAZIONE, SI SCRIVE IL TUTTO NELLA FORMA $y \gtrless \frac{ax+c}{b}$ E SI PROCEDE ALLA RISOLUZIONE GRAFICA

IMP
- LA SCRITTURA $F(x,y) \gtrless 0$ CI INDICA CHE TUTTI I PUNTI SODDISFACENTI LA DISEQUAZIONE FANNO ASSUMERE AL POLINOMIO $F(x,y)$ SEMPRE LO STESSO SEGNO!!!

- SI PUÒ RISOLVERE LA DISEQ., CAPENDO QUAL È LA REGIONE DI PIANO CON UN PUNTO PROVA CALCOLANDO IL MIO $F(x,y)$ NEL PUNTO SCELTO E VERIFICANDO SE TALE PUNTO SODDISFA LA DISEQ. SE COSÌ È, LA SOLUZIONE È RAPPRESENTATA DALLA REGIONE DI PIANO CONTENENTE IL PUNTO SCELTO.

- NEL CASO DI SISTEMA:

$$\begin{cases} F_1(x,y) \lesseqgtr 0 \\ F_2(x,y) \gtrless 0 \end{cases}$$

SI RISOLVONO SINGOLARMENTE LE DUE DISEQ. E SI INTERSECANO LE SOLUZIONI TROVATE. CIOÈ CON $\boxed{A}$ REGIONE SOLUZIONE DI $\boxed{F_1}$ E $B$ REGIONE SOLUZIONE DI $\boxed{F_2}$ SI OTTIENE:

$$\boxed{C = A \cap B}$$

- SE IL SISTEMA CONSIDERATO AMMETTE SOLUZIONI RAPPRESENTATE DAI PUNTI DI UN POLIGONO, SI PARLA DI POLIGONO DELLE SOLUZIONI.

- DISEQUAZIONI RAZIONALI FRATTE: TRACCIO LE RETTE LE CUI EQUAZIONI SONO IL NUMERATORE ED IL DENOMINATORE.

$$\frac{F_1(x,y)}{F_2(x,y)} \geq 0$$

$F_1(x,y) = 0$
$F_2(x,y) = 0$

POI STUDIO IL SEGNO

$F_1(x,y) \geq 0$
$F_2(x,y) > 0$

INDIVIDUATI I SEGNI DELLE SINGOLE DISEQ., UNISCO IL TUTTO IN UN UNICO GRAFICO. LA REGIONE DI PIANO CHE SODDISFA LA DISEQUAZIONE È QUELLA IN CUI I SEGNI DI $F_1$ e $F_2$ SONO CONCORDI.

- DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO: DATO $|F_1(x,y)| > c$, DIVIDO IN DUE DISEQUAZIONI

$$F_1(x,y) < -c \underset{\text{(UNIONE)}}{\vee} F_1(x,y) > +c$$

MENTRE CON $|F_1(x,y)| \leq c$ HO

$$F_1(x,y) \leq c \underset{\text{(INTERSEZIONE)}}{\wedge} F_1(x,y) \geq -c$$

DOPODICHÈ STUDIO VIA GRAFICO.

- NEL CASO DI DISEQUAZIONI CON

$$F_1(x,y) + |F_2(x,y)| \geq 0$$

CONSIDERO DUE CASI:

1) $F_2(x,y) \geq 0$
2) $F_2(x,y) < 0$

ED ALLA FINE UNISCO LE REGIONI DI PIANO OTTENUTE.

## DISEQUAZIONI NON LINEARI

- DISEQUAZIONI NON LINEARI DI SECONDO GRADO: DISEQUAZIONI NELLA FORMA $F(x,y) \gtrless 0$ IN CUI IL POLINOMIO $F(x,y)$ È COMPOSTO DA FATTORI DI SECONDO GRADO.

- CON FATTORI DI SECONDO GRADO, L'EQUAZIONE $F(x,y)=0$ È UNA CONICA

- SE L'EQUAZ. È UNA CIRCONFERENZA ESSA SARÀ:

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

PERTANTO LA DISEQUAZIONE

$$x^2+y^2+ax+by+c<0$$

RAPPRESENTA I PUNTI DEL CERCHIO INTERNI. CON $>0$ ESTERNI.

- STESSO DISCORSO PER L'ELLISSE, LA CUI EQUAZIONE È:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} \gtrless 1$$

- SE L'EQUAZIONE È UNA PARABOLA DI EQUAZIONE

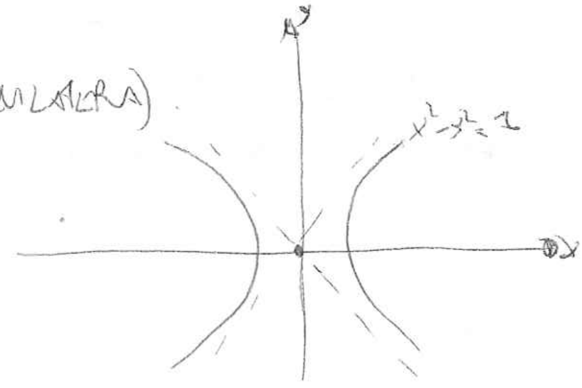
$$F_1(x,y) \Rightarrow y=ax^2+bx+c$$

VALGONO LE STESSE CONCLUSIONI FATTE SUI POLINOMI GENERICI ($y>F_1$ PUNTI AL DI SOPRA, $y<F_1$ PUNTI AL DI SOTTO).

- SE LA FORMA DI PARABOLA È GENERALE, PER INDIVIDUARE LA REGIONE SODDISFACENTE SI PUÒ RICORRERE AL PUNTO PROVA.

- DISEQUAZIONE IPERBOLE: DISEQUAZIONE IN CUI IL POLINOMIO $F(x,y)$ ASSUME L'ESPRESSIONE ANALITICA DI UNA IPERBOLE. I DUE RAMI DI IPERBOLE DIVIDONO IL PIANO IN TRE PARTI IN CUI DUE HANNO LO STESSO SEGNO E LA TERZA SEGNO OPPOSTO. POSSIAMO USARE IL METODO DEL PUNTO PROVA PER CAPIRE DOVE È POSITIVO / NEGATIVO

$$x^2-y^2 \lesseqgtr 1 \text{ (IPERBOLE EQUILATERA)}$$



② 

23/08/2011 - 10.30/13.00 - Esercizi pag. 632

CAP. 5: RISOLUZIONE GRAFICA DI DISEQUAZIONI IN DUE INCOGNITE

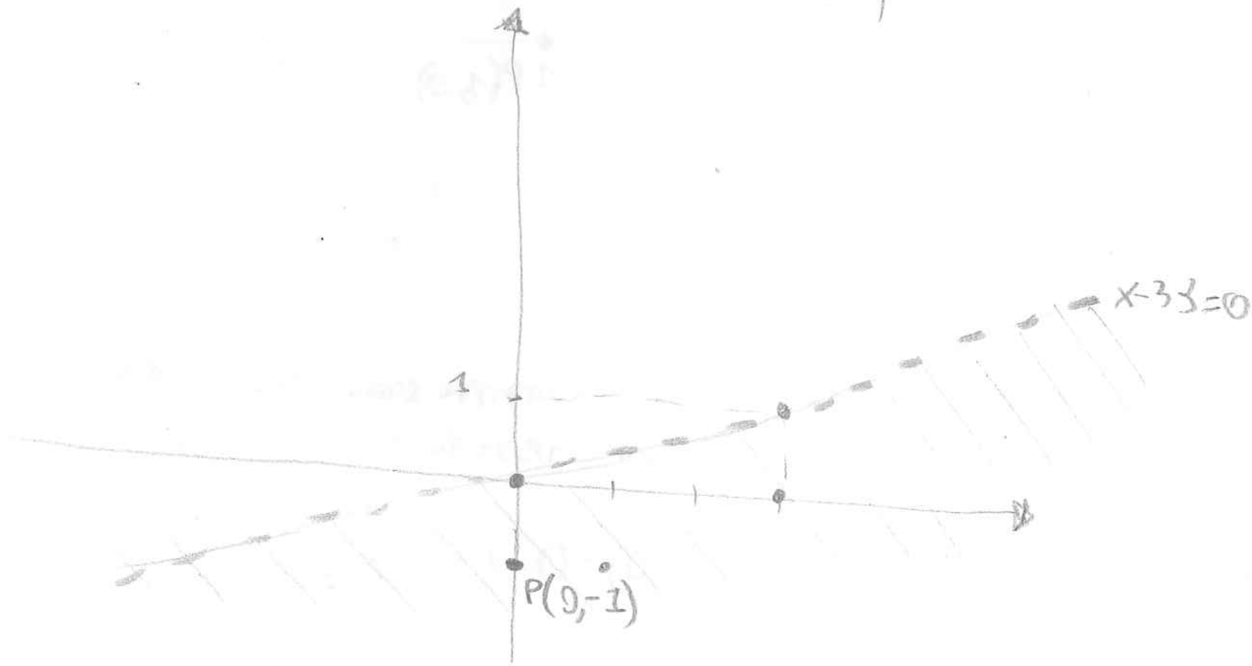
① $x-3y>0$

PONGO LA DISEQUAZIONE NELLA FORMA:

$$y<\frac{x}{3}$$

TRACCIO IL GRAFICO DI $y=\frac{x}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | 1 |




LA REGIONE CHE SODDISFA LA DISEQUAZIONE È QUELLA AL DISOTTO DI $f(x)$, OVVERO TUTTI QUEI PUNTI AVENTI ORDINATA INFERIORE AL GRAFICO. VOLENDO RICORRERE AL PUNTO PROVA $\boxed{P}$ OTTENIAMO:

$$F(x,y)=x-3y\ ,\quad F(0,-1)=0-3\cdot(-1)=+3>0\ !!!$$

NOTA: I PUNTI FACENTI PARTE IL GRAFICO NON SONO INCLUSI

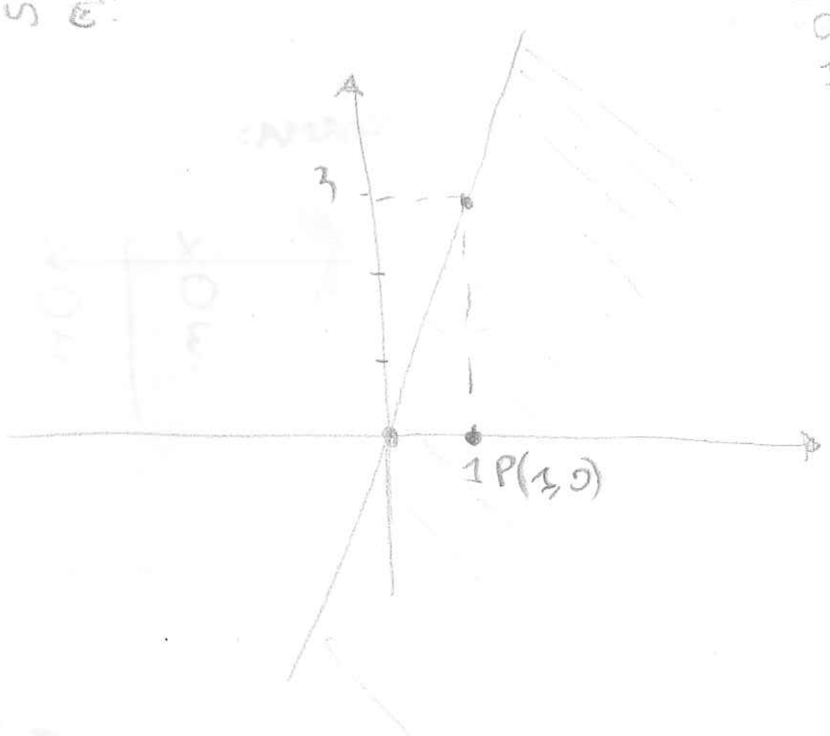
② $y-3x \leq 0$

PONGO NELLA FORMA

$y \leq 3x$

IL GRAFICO È:

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 3 |




I PUNTI SODDISFACENTI LA DISEQUAZIONE SONO QUELLI ORDINATA INFERIORE AL GRAFICO. VERIFICHIAMO TRAMITE IL PUNTO PROVA:

$F(x,y) = y-3x \quad , F(1,0) = 0-3\cdot 1 = -3 \leq 0$ !!!

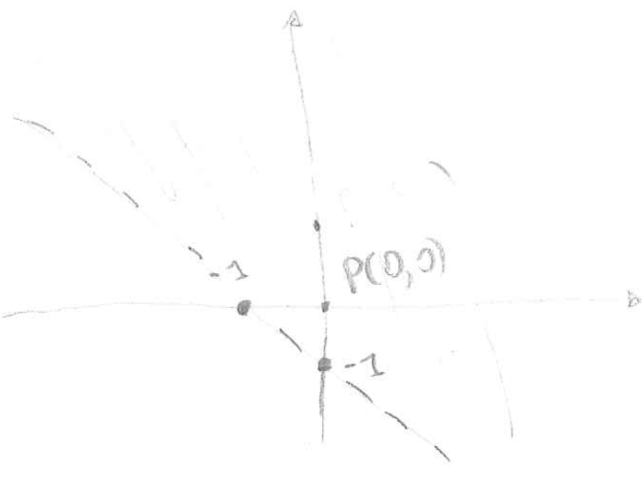
⑦ $x+y+1>0$

PONGO NELLA FORMA

$y > -x-1$

IL GRAFICO È:

| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| -1 | 0 |




$F(x,y) = x+y+1$

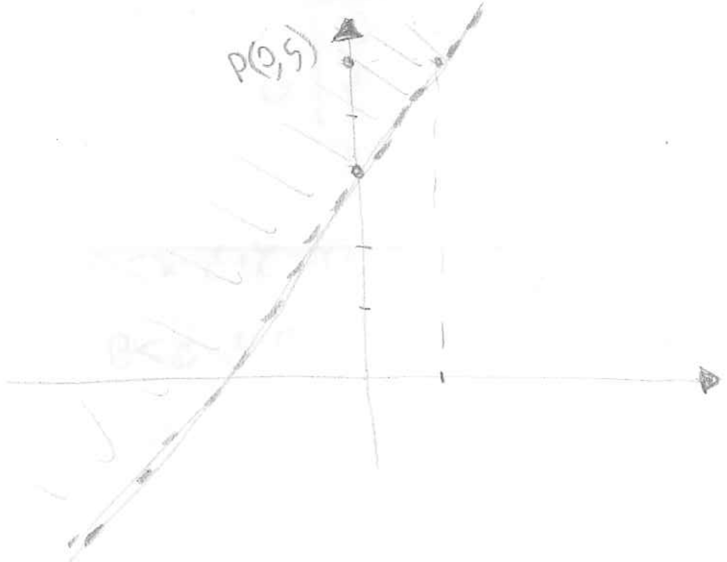
$F(0,0) = 0+0+3>0$ !!!

8) $2x - y + 3 < 0$

PONGO NELLA FORMA:

$$y > 2x + 3$$

IL GRAFICO È:




| x | y |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 5 |

$F(x,y) = 2x + y + 3$

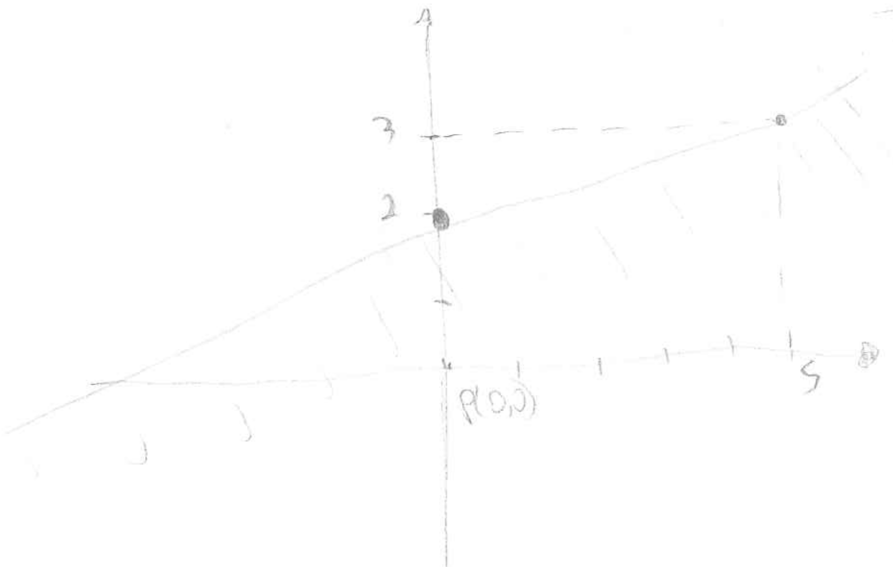
$F(0,5) = 0 - 5 + 3 = -2 < 0$ !!!

13) $x - 5y + 10 \geq 0$

PONGO NELLA FORMA:

$$y \leq \frac{x + 10}{5}$$

IL GRAFICO È:




| x | y |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 5 | 3 |

$F(x,y) = x - 5y + 10$

$F(0,0) = 0 - 0 + 10 \geq 0$ !!!

(14) $x < y + 3$

PONGO NELLA FORMA

$y > x - 3$

GRAFICO:

| x | y |
|---|---|
| 0 | -3 |
| 3 | 0 |

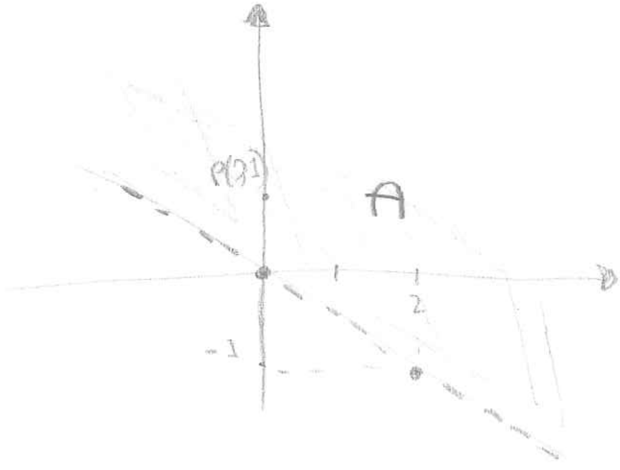
$F(x,y) = y + 3 - x > 0$

$F(0,0) = 0 + 3 - 0 > 0$ !!!

(16) $\begin{cases} x + 2y > 0 \\ 2x - y \geq 0 \end{cases}$

CI TROVIAMO IN PRESENZA DI UN SISTEMA. PER RISOLVERLO, TRACCIAMO SINGOLARMENTE LE DUE DISEQUAZIONI:

(1) $x + 2y > 0 \Rightarrow y > -\frac{x}{2}$



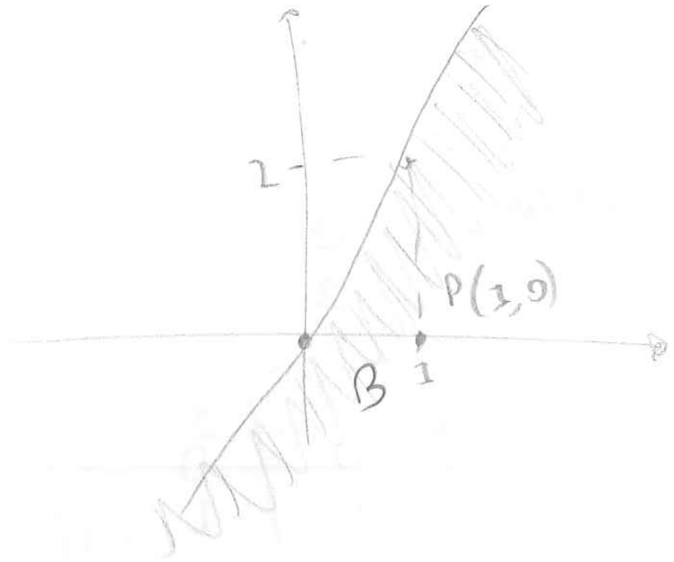

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 2 | -1 |

$F(x,y) = x + 2y$

$F(0,1) = 0 + 2 > 0$ !!!

$\boxed{\text{REGIONE A}}$

5) (2) $2x - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 2x$



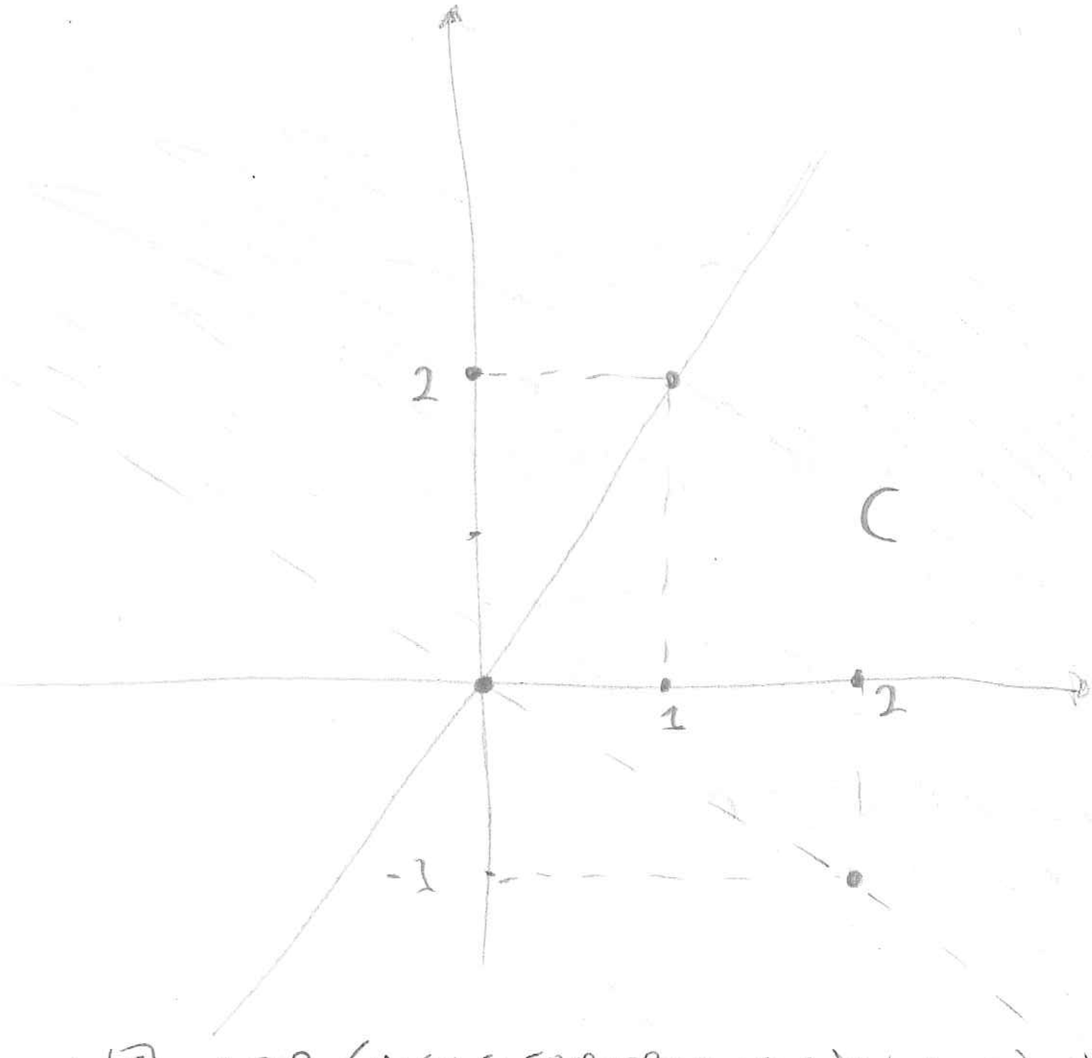

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |

$F(x,y) = 2x - y$

$F(1,0) = 2 - 0 \geq 0$ !!!

$\boxed{\text{REGIONE B}}$

POSIZIONIAMO I DUE GRAFICI SU UN UNICO GRAFICO:




LA REGIONE $\boxed{C} = A \cap B$ (IN CUI SI SOVRAPPONGONO I DUE COLORI) È LA REGIONE CHE SODDISFA IL SISTEMA!!!

(17) $\begin{cases} 3x - y \leq 0 \\ x + 4y < 0 \end{cases}$

TRACCIO LE DUE DISEQUAZIONI:

(1) $3x - y \leq 0 \Rightarrow y \geq 3x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 3 |

$F(x,y) = 3x - y$

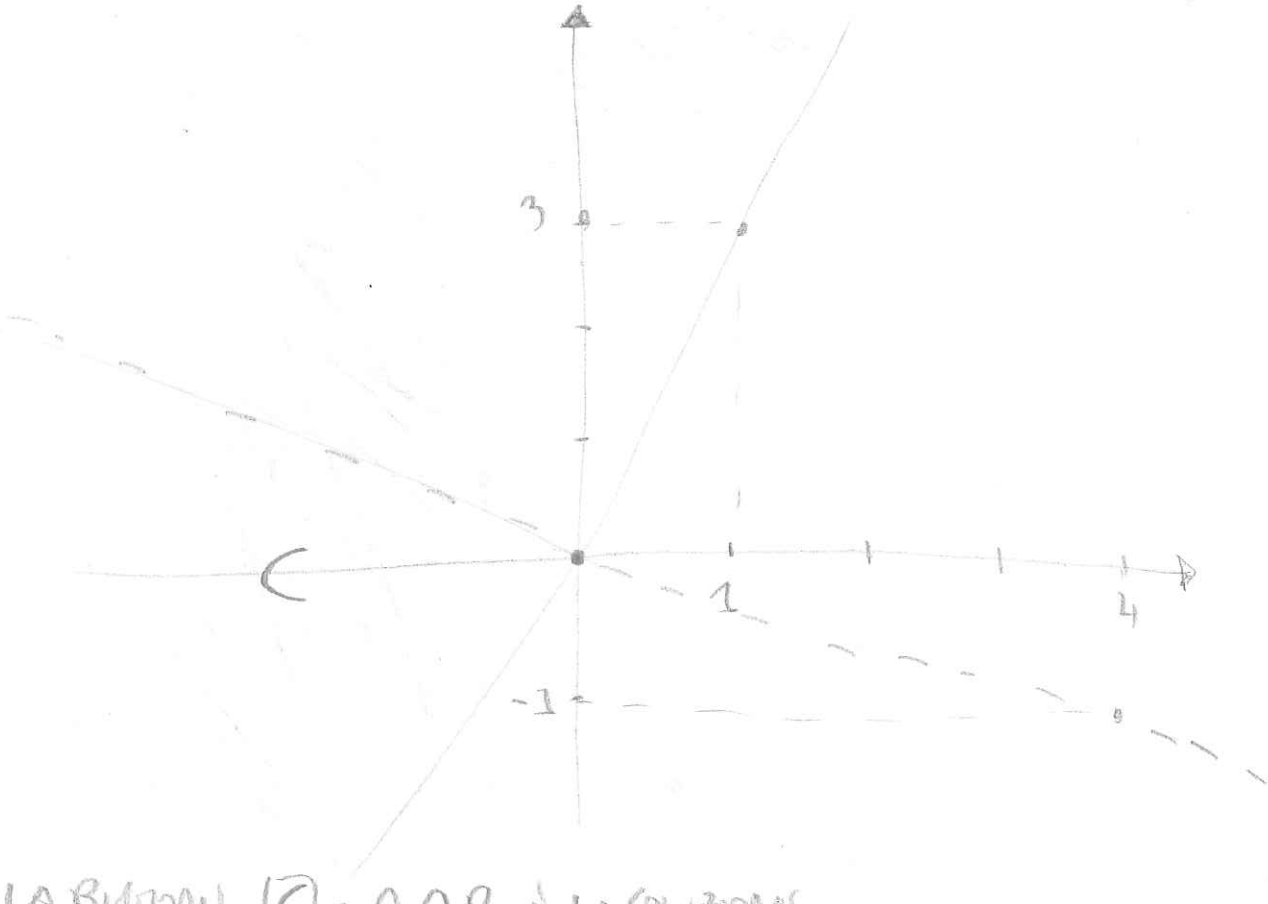
$F(0,1) = 0 - 1 \leq 0$ !!

(2) $x + 4y < 0 \Rightarrow y < -\frac{x}{4}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 4 | -1 |

$F(x,y) = x + 4y$

$F(0,-1) = 0 - 4 < 0$ !!




LA REGIONE $\boxed{C} = A \cap B$ È LA SOLUZIONE.

(10) $\begin{cases} x+y+1 \geq 0 \\ 2x+2y+7 < 0 \end{cases}$

TRACCIO LE DUE DISEQUAZIONI

(1) $x+y+1 \geq 0 \Rightarrow y \geq -x-1$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| -1 | 0 |

$F(x,y) = x+y+1$

$F(0,0) = 1 \geq 0$ !!

(2) $2x+2y+7 < 0 \Rightarrow y < \frac{-2x-7}{2}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | $-\frac{7}{2}$ (-3,5) |
| 1 | $-\frac{9}{2}$ (-4,5) |


NON ESISTE ALCUNA REGIONE $C = A \cap B$. IL SISTEMA È INCOMPATIBILE!!!

(15)
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} < \frac{y-1}{3} \\ x-2y<1 \\ 3x+\frac{1}{2}(y+2)\ge 1\end{cases}$$

TRACCIO LE TRE DISEQUAZIONI:

REGIONE A (1) $\frac{x+1}{2} < \frac{y-1}{3} \Rightarrow y > \frac{3(x+1)}{2}+1$

| x | y |
|---|---|
| 1 | 4 |
| -1 | +1 |

$F(x,y)=\frac{x+1}{2}-\frac{y-1}{3}$

$F(0,4)=\frac{0+1}{2}-\frac{4-1}{3}=\frac{1}{2}-\frac{3}{3}=\frac{1}{2}-1<0!!$

REGIONE B (2) $x-2y<1 \Rightarrow y>\frac{-1+x}{2}$

| x | y |
|---|---|
| 1 | 0 |
| -1 | -1 |

$F(x,y)=x-2y-1<0$

$F(0,0)=0-0-1<0!!$

REGIONE C (3) $3x+\frac{1}{2}y+1\ge 1 \Rightarrow y\ge -6x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | -6 |

$F(x,y)=3x+\frac{1}{2}(y+2)-1\ge 0$

$F(0,1)=0+\frac{1}{2}+1-1\ge 0!!!$

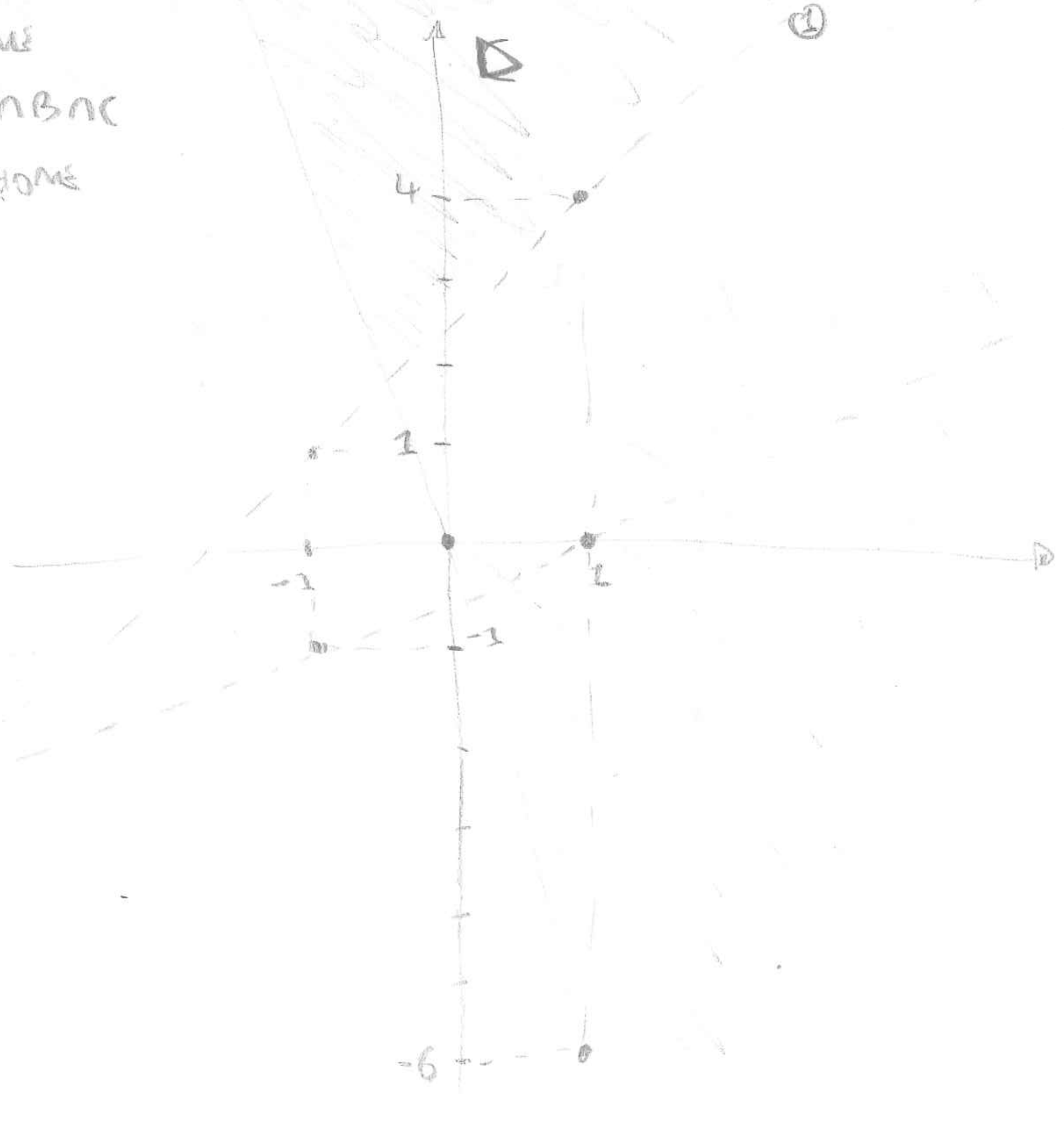
(1)

(3)

LA REGIONE

D = A∩B∩C

È LA SOLUZIONE



(INTERSECATO)

(7) (26) $4x-3y\le 0 \wedge 2x+y+5\ge 0 \wedge y\le 0$

(1) $4x-3y\le 0 \Rightarrow y\ge \frac{4x}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 4/3 |

(1,3)

$F(x,y)=4x-3y$

$F(0,1)=0-3\le 0$!!

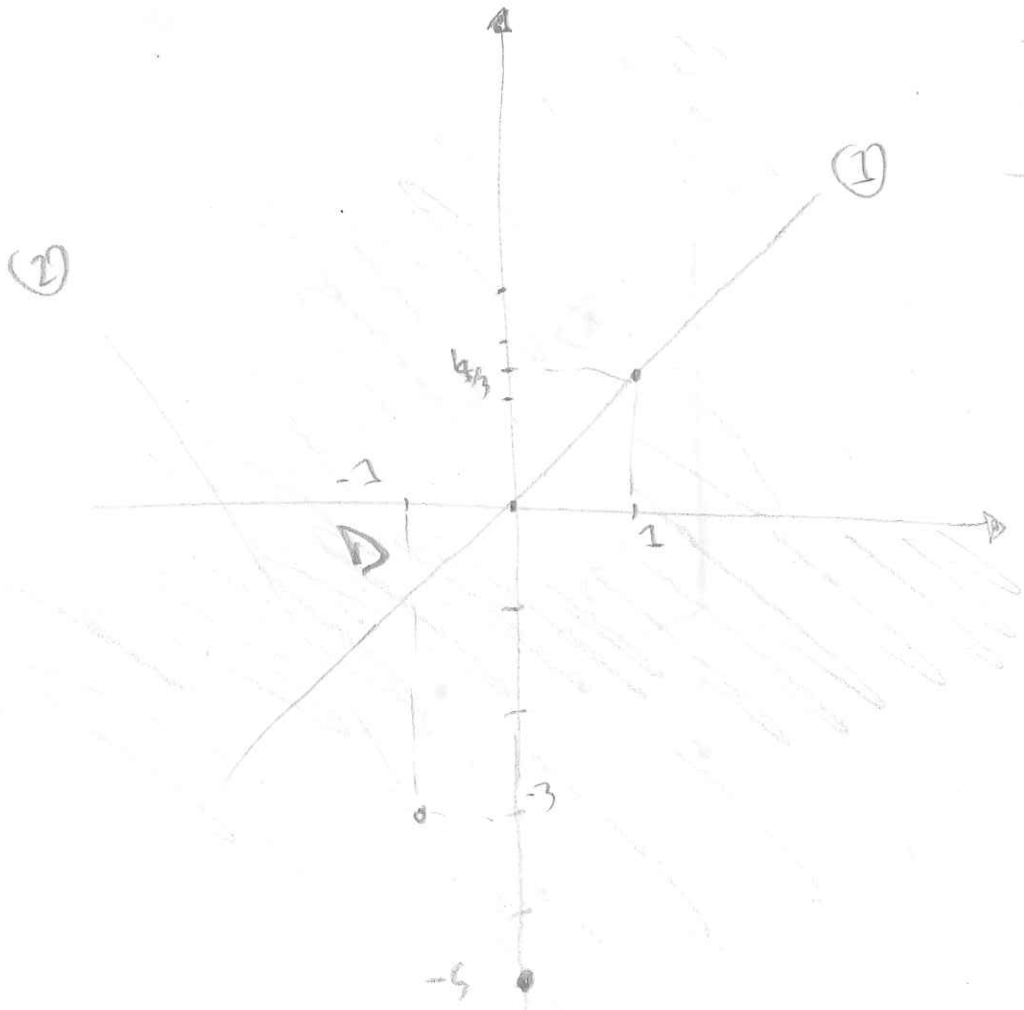
(2) $2x+y+5\ge 0 \Rightarrow y\ge -2x-5$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -5 |
| -1 | -3 |

$F(x,y)=2x+y+5$

$F(0,0)=0+0+5\ge 0$!!

(3) $y\le 0$




LA SOLUZIONE È LA REGIONE D

(27) $3x-2y-1<0 \ \wedge \ x>0 \ \wedge \ x+3y>2$

(Reg A) (1) $3x-2y-1<0 \Rightarrow y > \frac{-1+3x}{2}$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $-1/2$ |
| 1 | 1 |

$F(x,y)=3x-2y-1$

$F(0,0)=-1<0$!!!

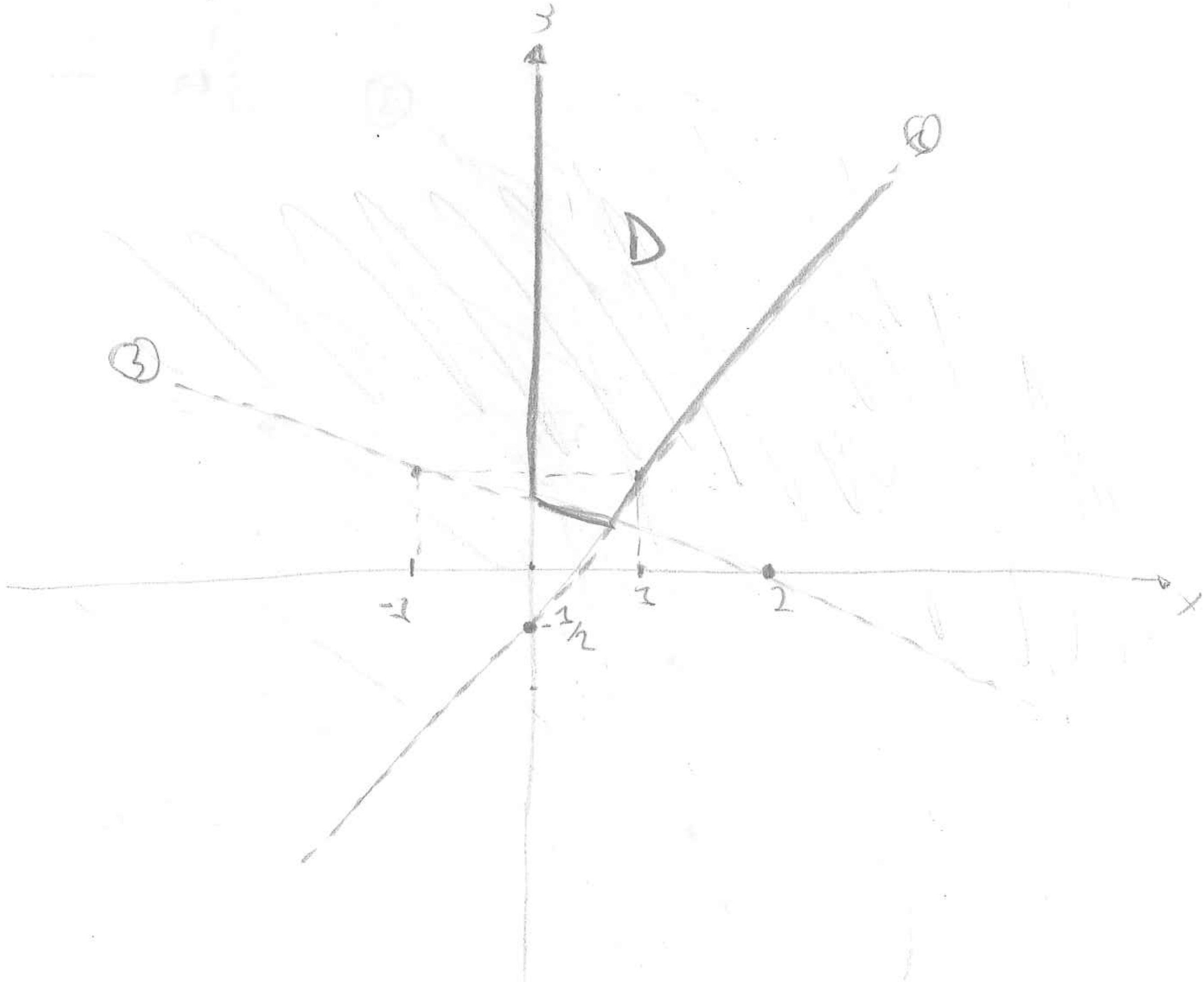
(Reg B) (2) $x>0$

(Reg C) (3) $x+3y>2 \Rightarrow y > \frac{2-x}{3}$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 2 | 0 |
| $-1$ | 1 |

$F(x,y)=x+3y-2$

$F(0,2)=0+6-2=+4>0$!!!



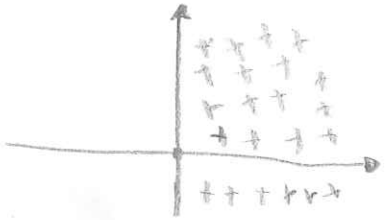

LA SOLUZIONE È LA REGIONE $D=A\cap B\cap C$

20/09/2011 - 10.30/13.00 - Es. pag. 634 ⑧

① $x(x+y)>0$

IN PRIMO LUOGO, INDIVIDUO I SEGNI DEI SINGOLI FATTORI:

① $x>0$

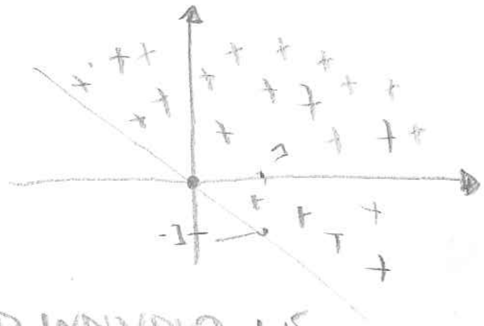


② $x+y>0 \Rightarrow y>-x$

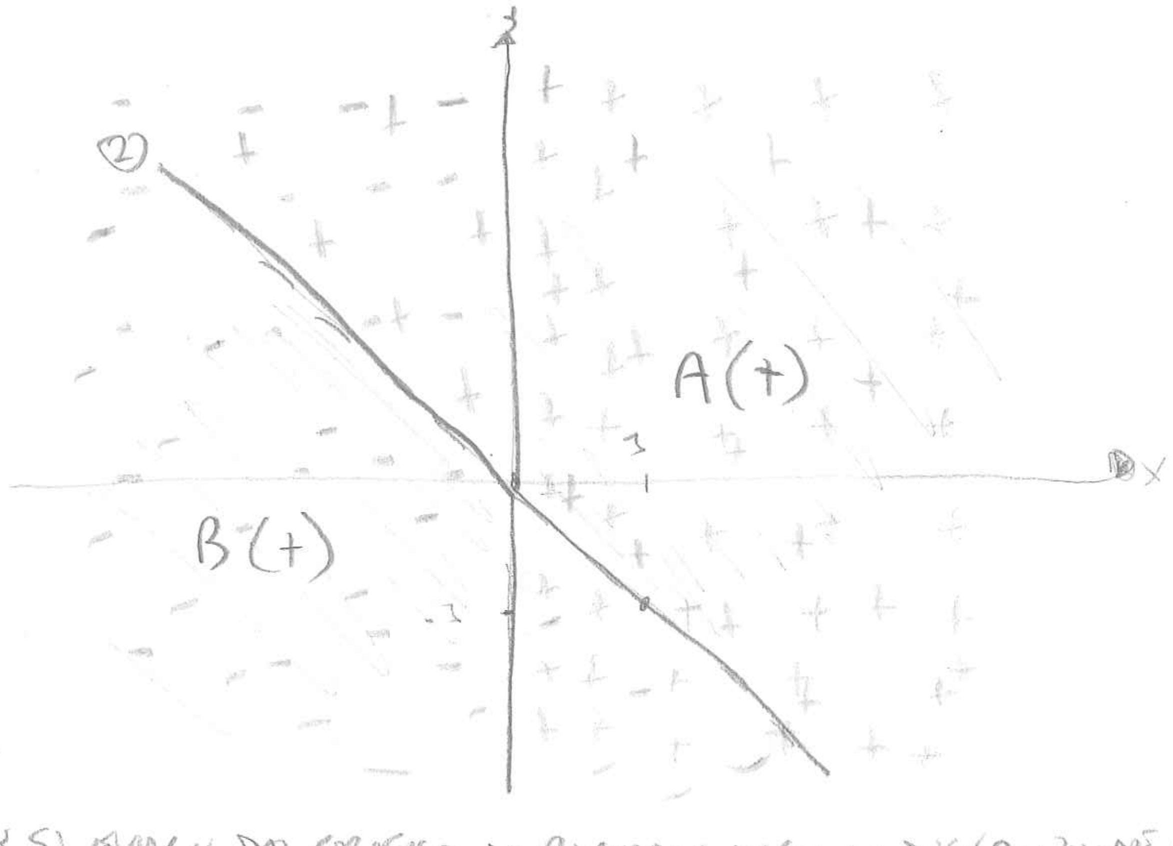
| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | -1 |

$F(x,y)= x+y>0$

$F(0,1)=0+1>0$!!



ORA UNISCO I DUE GRAFICI IN UNO SOLO ED INDIVIDUO LE REGIONI IN CUI IL PRODOTTO DEI SEGNI È POSITIVO (POICHÉ LA TRACCIA CHIEDE $>0$)




COME SI EVINCE DAL GRAFICO, LA REGIONE IN CUI LA DISEQUAZIONE È SODDISFATTA È $C = A \cup B$

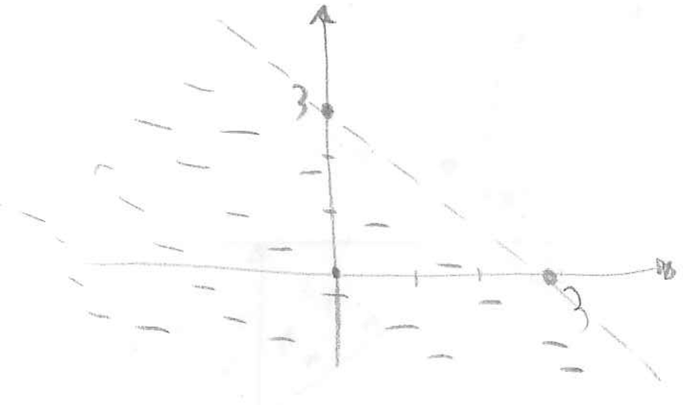
2) $(x+y-3)(2x-y-2)<0$

(1) $x+y-3<0 \Rightarrow y<-x+3$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | +3 |
| 3 | 0 |

$F(x,y)=x+y-3$

$F(0,0)=0+0-3<0$!!!

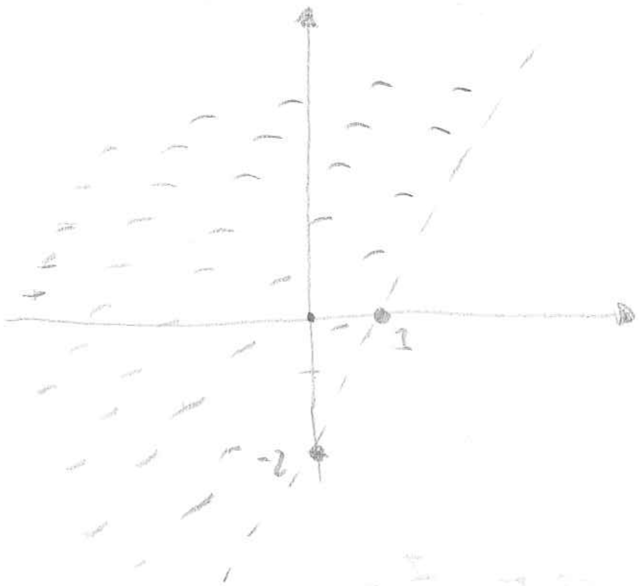


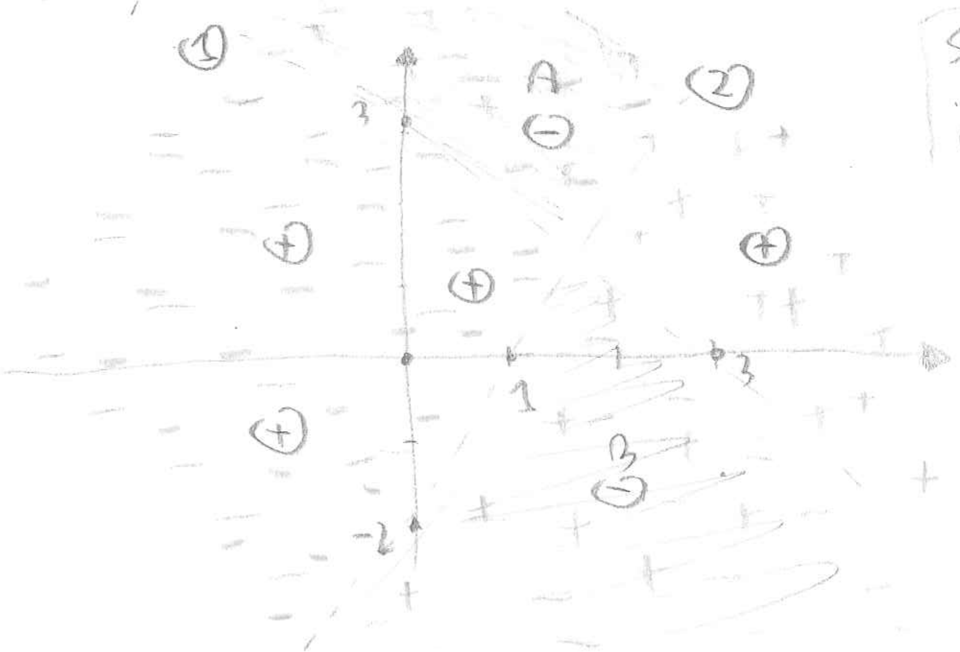
(2) $2x-y-2<0 \Rightarrow y>2x-2$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | -2 |
| 1 | 0 |

$F(x,y)=2x-y-2$

$F(0,0)=0-0-2<0$!!!






SOLUZIONE

$C=A\cup B$

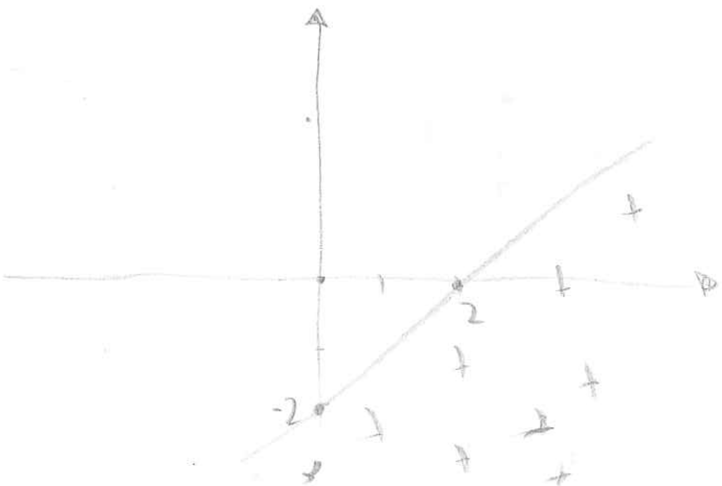
(9)

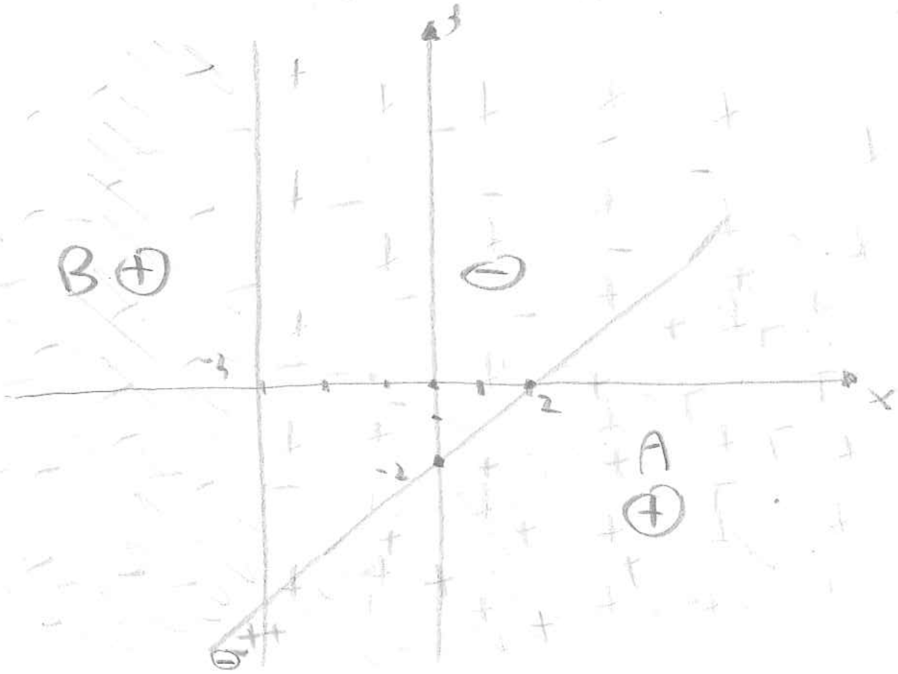
(3) $(x+3)(x-y-2) \geq 0$

(1) $x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$


(2) $x-y-2 \geq 0 \Rightarrow y \leq x-2$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -2 |
| 2 | 0 |



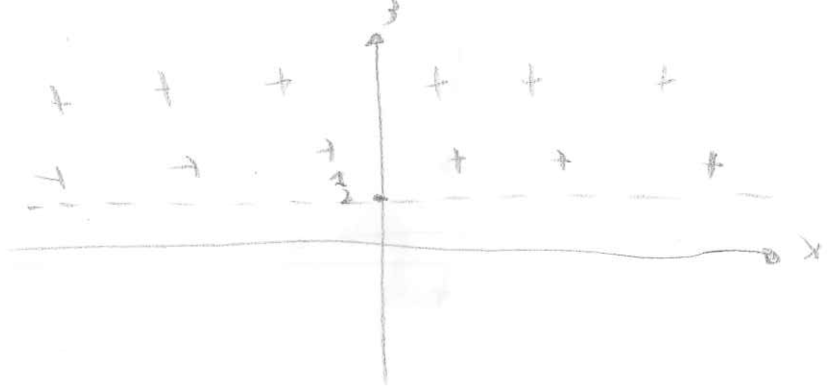




SOLUZIONE

$C = A \cup B$

④ $(2y-1)(2x+y-3)>0$

① $2y-1>0 \Rightarrow y>\frac{1}{2}$

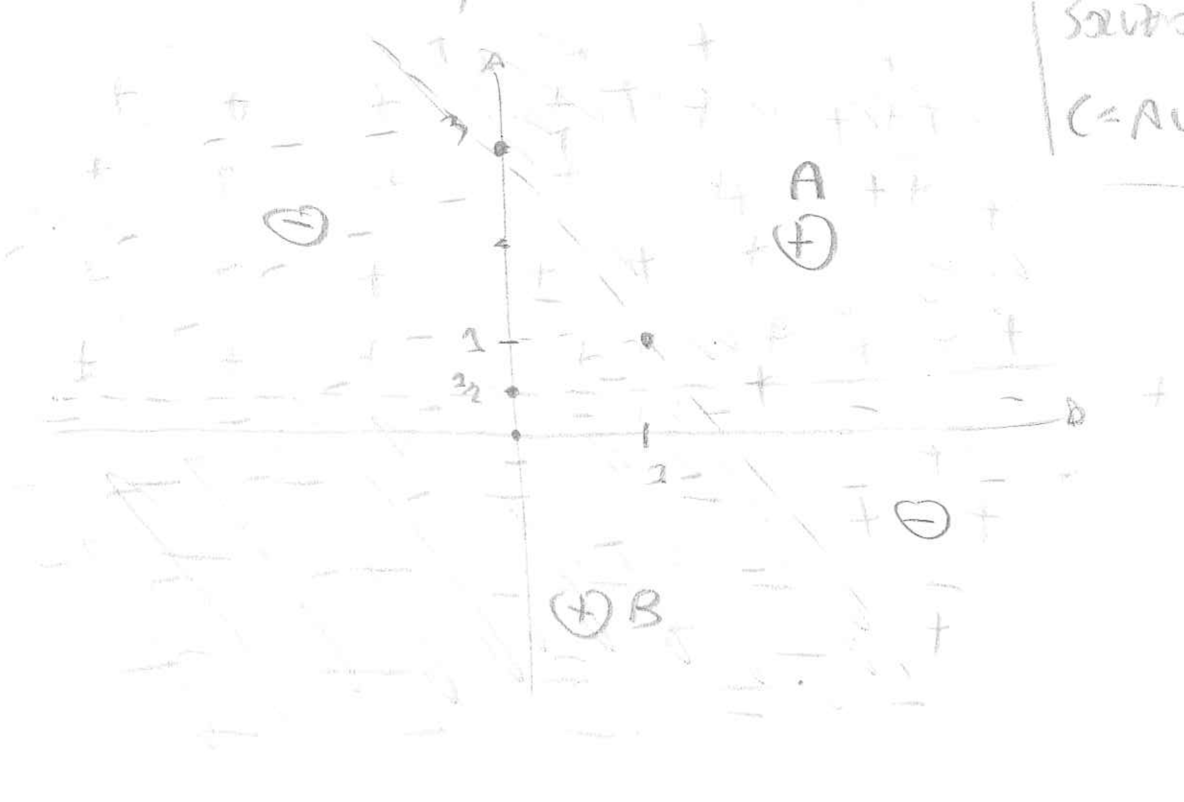


② $2x+y-3>0 \Rightarrow y>-2x+3$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 1 |

$F(x,y)=2x+y-3$

$F(0,0)=0+0-3<0$!!




Soluzione

$C=A\cup B$

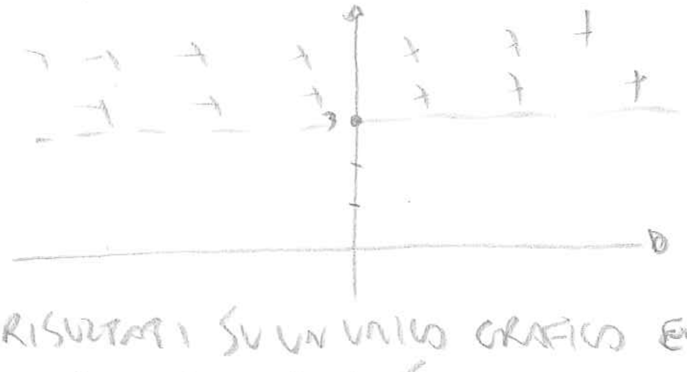
(8) 

$$\frac{x-1}{y-3} > 0 \quad \left(\begin{array}{c}\text{RAZIONALE} \\ \text{FRATTA}\end{array}\right)$$

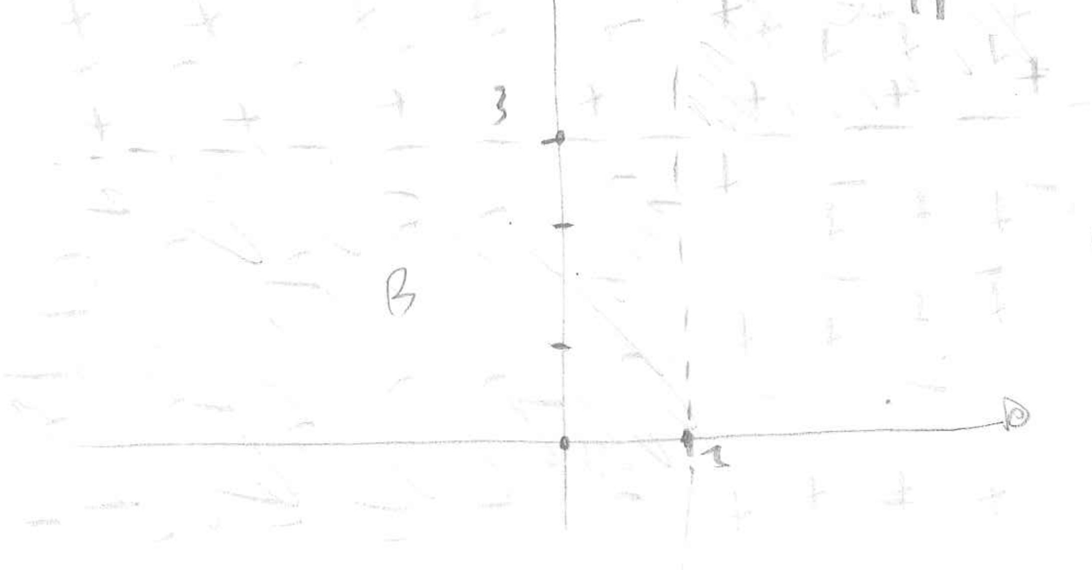
IN PRIMO LUOGO, STUDIO IL SEGNO DI NUMERATORE E DENOMINATORE:

N: $x-1>0 \Rightarrow x>1$

D: $y-3>0 \Rightarrow y>3$



TRACCIO I RISULTATI SU UN UNICO GRAFICO ED INDIVIDUO LE AREE I CUI SEGNI SONO CONCORDI $(-,- \text{ o } +,+)$



$\boxed{\text{DIFATTI}}$

$$F(x,y) = \frac{x-1}{y-3} > 0$$

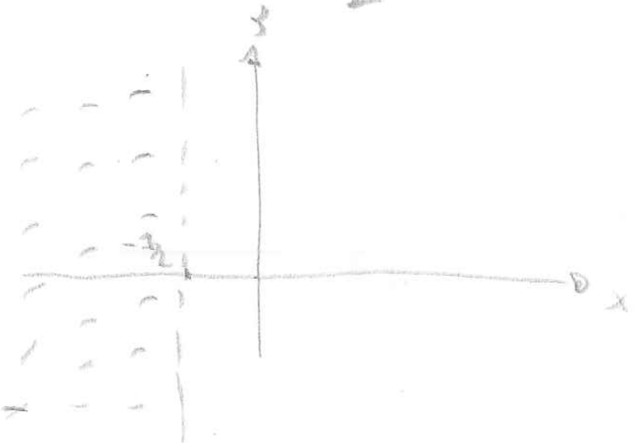
$$F(0,0) = \frac{0-1}{0-3} = +\frac{1}{3} > 0 !!$$

$$F(2,0) = \frac{2-1}{0-3} = \frac{1}{-3} < 0 !!$$

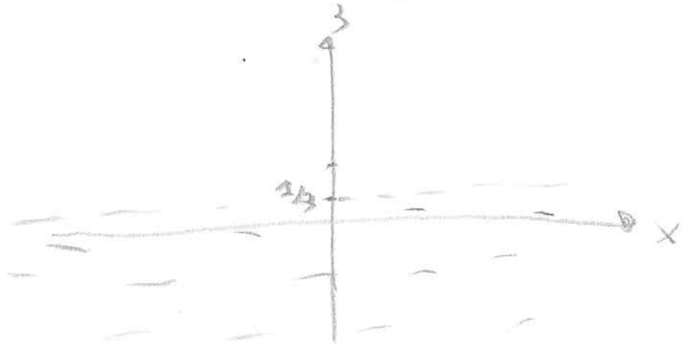
$\boxed{\text{Ok!!}}$

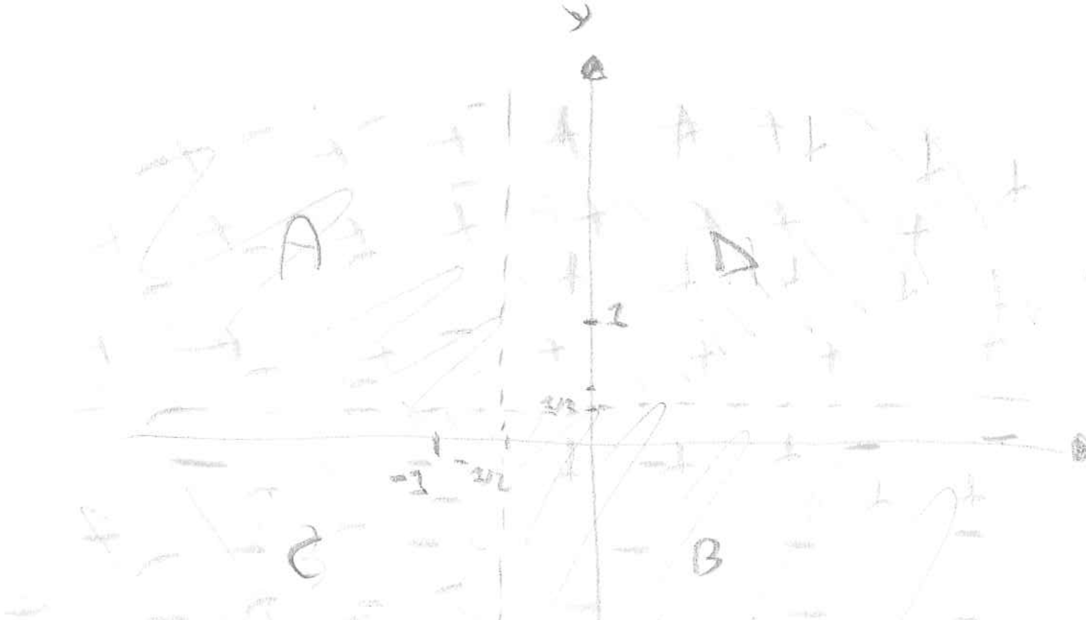
(9) $\frac{2x+1}{3y-1} < 0$

N: $2x+1>0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$



D: $3y-1>0 \Rightarrow y > +\frac{1}{3}$






$F(x,y) = \frac{2x+1}{3y-1}$

$F(0,1) = \frac{0+1}{3-1} = \frac{1}{2}$ (REG. D)

$F(0,0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$ (REG. B)

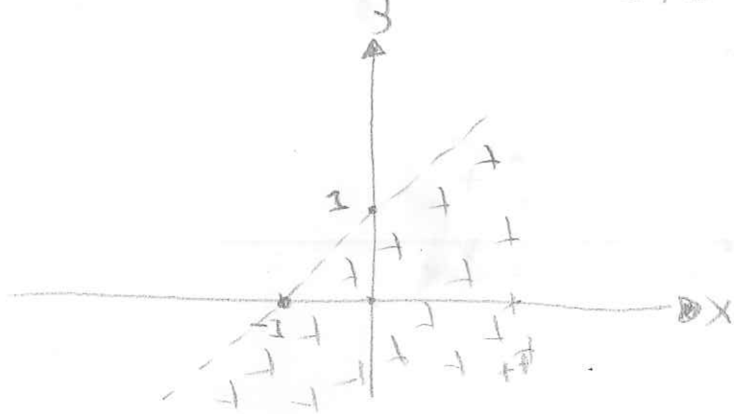
I SEGNI CONCORDI SONO LE REGIONI $\boxed{C \text{ e } D}$ MA POICHÉ LA DISEQ. RICHIEDE $<0$, LA SOLUZIONE È $\boxed{C = A \cup B}$

21

10 $\frac{x-y+1}{x+2y-1}<0$

N: $x-y+1>0 \Rightarrow y<1+x$

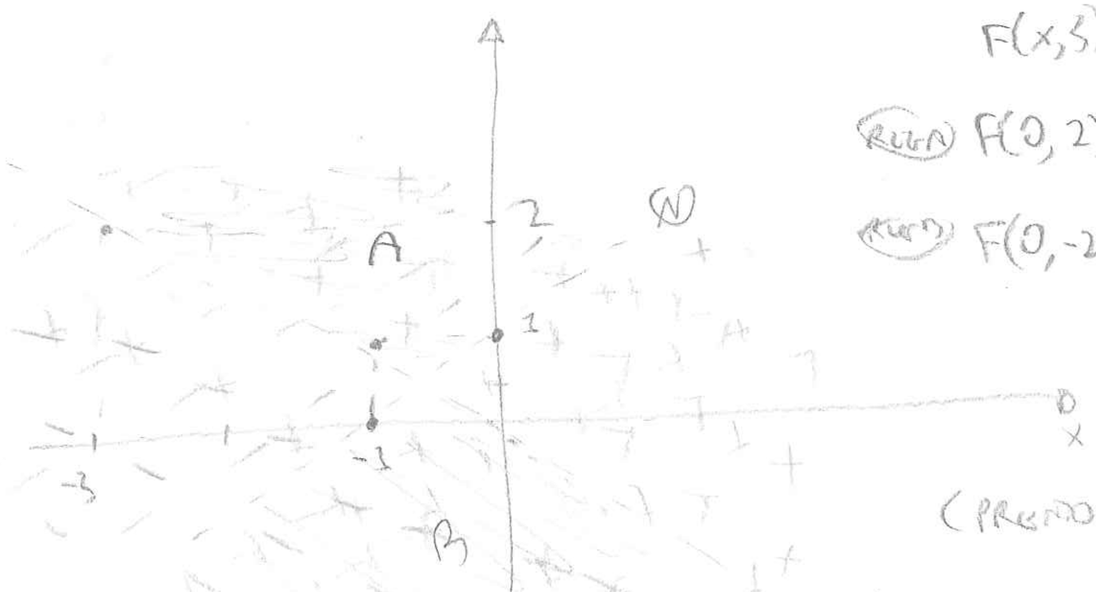
| x | y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| -1 | 0 |



D: $x+2y-1>0 \Rightarrow y>\frac{-x+1}{2}$

| x | y |
|---|---|
| -1 | 1 |
| -3 | 2 |

D




$F(x,y)=\frac{x-y+1}{x+2y-1}<$

REG A $F(0,2)=\frac{0-2+1}{0+4-1}=\frac{-1}{+3}<0$ !!

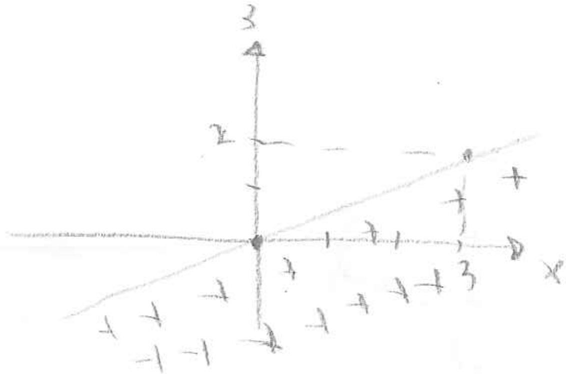
REG B $F(0,-2)=\frac{0+2+1}{0-4+1}=\frac{3}{-5}<0$ !!!

(PRENDO I DISCORDI)

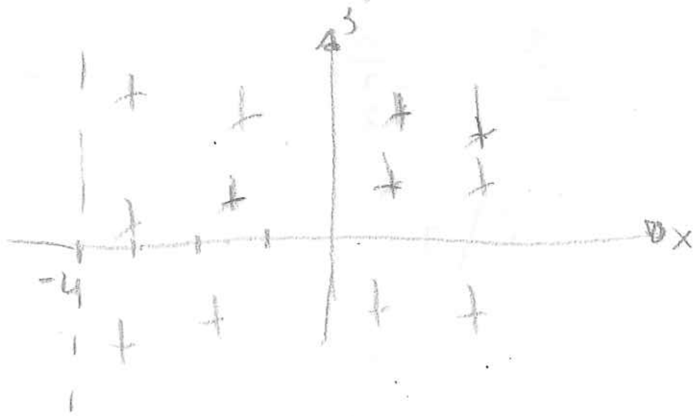
(11) $\frac{2x-3y}{x+4} \geq 0$

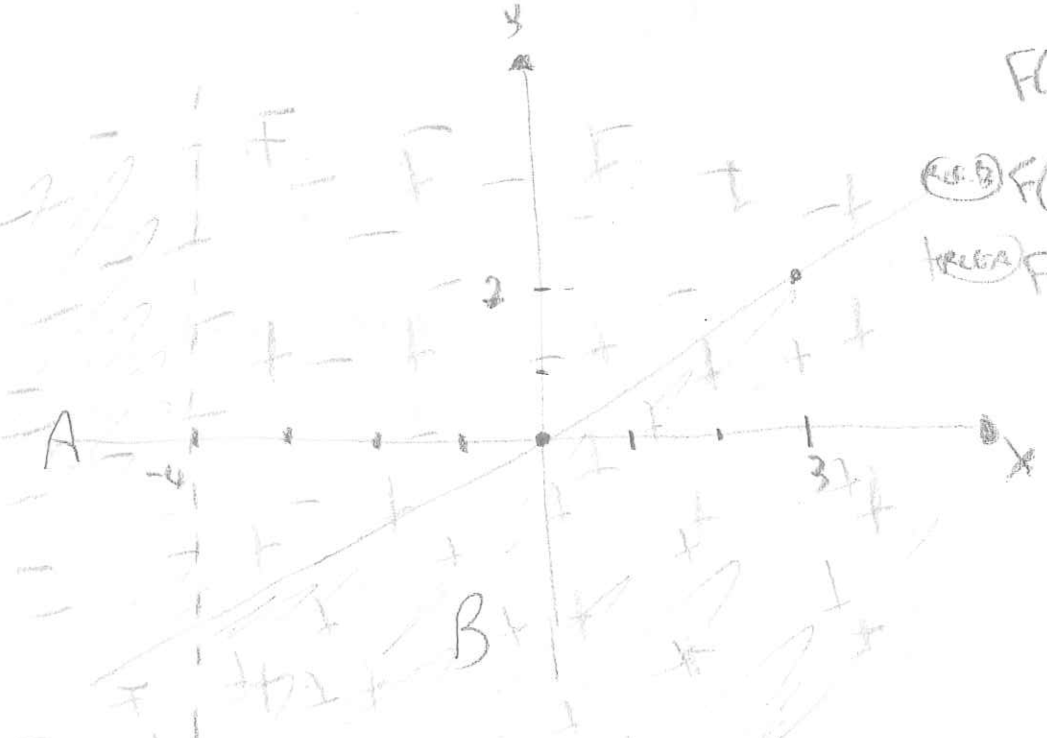
N: $2x-3y \geq 0 \Rightarrow y \leq \frac{2x}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | 2 |



D: $x+4>0 \Rightarrow x>-4$





$F(x,y)=\frac{2x-3y}{x+4}$

$F(0,0)=\frac{0-0}{0+4} \geq 0$ !!

$F(-5,0)=\frac{-10-0}{-5+4}=\frac{-10}{-1}>0$ !!

$\boxed{\text{SOLUZIONE} \quad C = A \cup B}$

18) $\frac{xy - y + 3x - 3}{xy - x^2 + 4x} < 0 \Rightarrow$

(EQUAZIONE IPERBOLE NON CENTRATA NEGLI ASSI - TRASLATA!!)

N: $xy - y + 3x - 3 > 0$

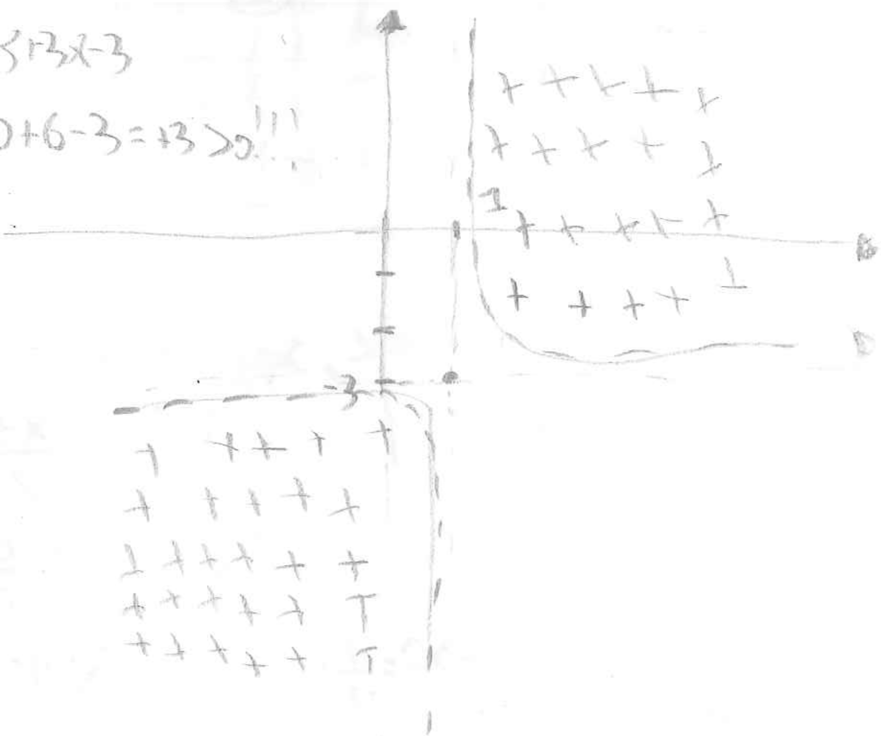
$xy - y + 3x - 3 = 0 \Rightarrow$

$y = \frac{ax + b}{cx + d}$ $O\left(-\frac{d}{c}, +\frac{a}{c}\right)$

$\Rightarrow y(x-1) + 3x - 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{-3x+3}{x-1}$ $O\left(+\frac{1}{1}, -\frac{3}{1}\right) = (1, -3)$

$F(x,y) = xy - y + 3x - 3$

$F(2,0) = 0 - 0 + 6 - 3 = +3 > 0$!!!



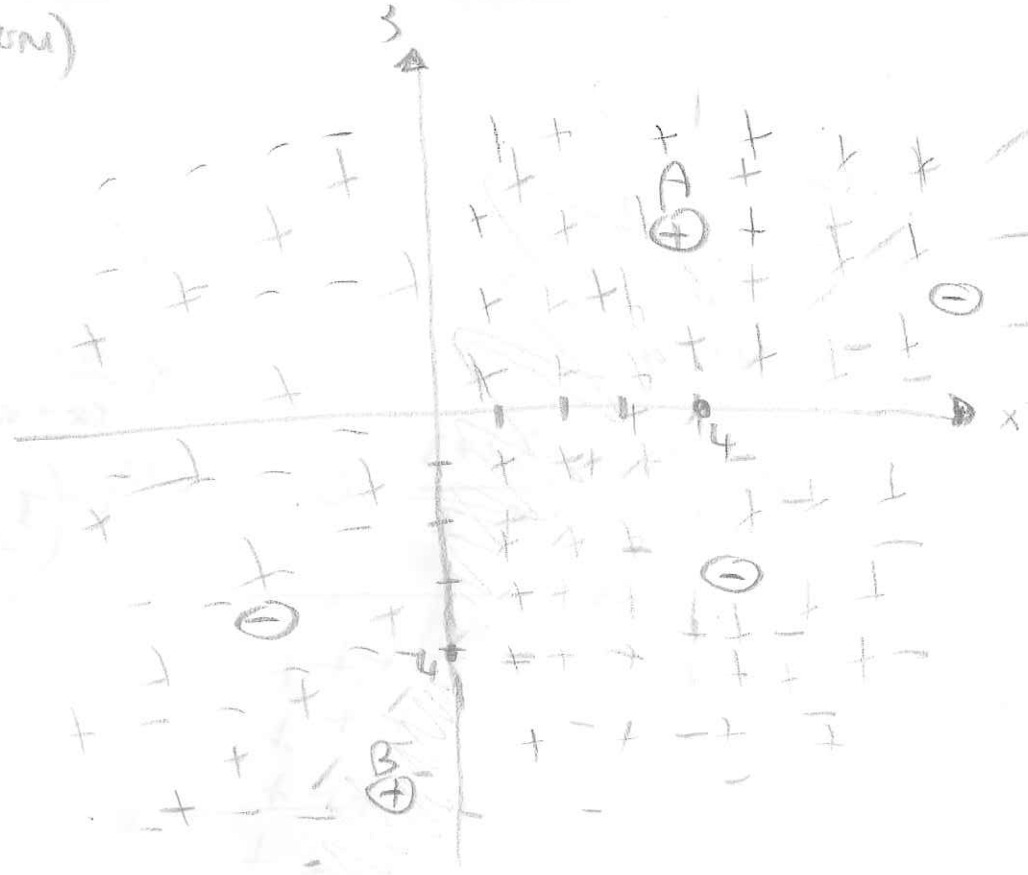

D: $xy - x^2 + 4x > 0 \Rightarrow x(y - x + 4) > 0$

(I) $x > 0$

(II) $y - x + 4 > 0 \Rightarrow y > x - 4$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -4 |
| 4 | 0 |
| 1 | -3 |

(PROSEGUIMENTO)




UNISCO DENOMINATORE E NUMERATORE, SELEZIONANDO I DISCORDI

PERCHÉ LA TRACCIA CHIEDE $< 0$

$$F(x,y) = \frac{xy - y + 3x - 3}{xy - x^2 + 4x} < 0$$

REG. D) $F\left(\frac{1}{2}, 0\right) = \frac{0 - 0 + \frac{3}{2} - 3}{0 - \frac{1}{4} + 2} = \frac{-\frac{3}{2}}{+\frac{7}{4}} < 0!!$

REG. C) $F(-1,-4) = \frac{-1\cdot(-4) + 4 + 3\cdot(-1) - 3}{-1\cdot(-4) - 1 - 4} = \frac{+4+4-3-3}{+4-5} = \frac{+2}{-1} < 0!!$

REG. A OK $F(5,9) = \frac{0 - 0 + 15 - 3}{0 - 25 + 20} = \frac{12}{-5} < 0!!$

REG. B OK $F\left(\frac{1}{2}, -4\right) = \frac{\frac{1}{2}\cdot(-4) + 4 + 3\cdot\frac{1}{2} - 3}{\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{4}{1}\right) - \frac{1}{4} + 2} = \frac{+\frac{1}{2}}{-\frac{1}{4}}$

$-2 + 4 + \frac{3}{2} - 3$

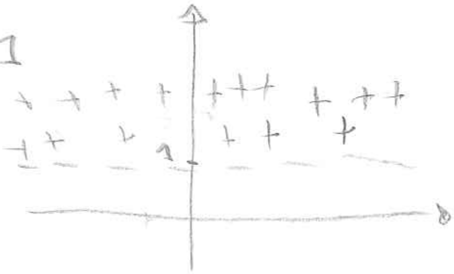
$\frac{-2+3}{2} = +\frac{1}{2}$

(13)

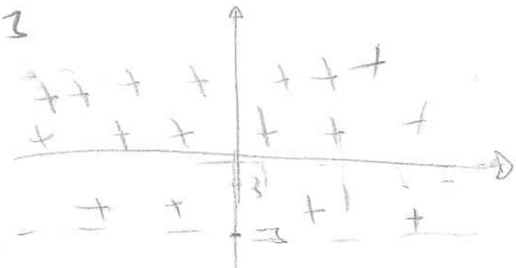
(17) $\dfrac{x^2 - xy + 3x - 3y}{y^2 - 1} \geq 0$ $\quad x(x+3) + y(-x-3)$ !!!

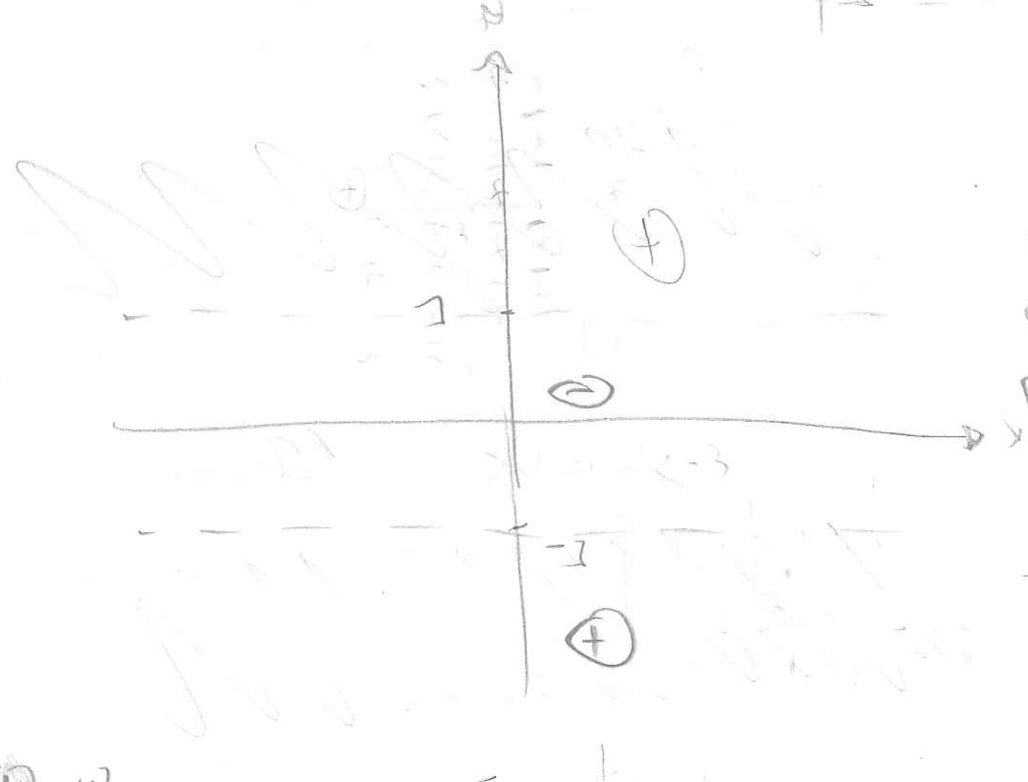
D: $y^2 - 1 > 0 \Rightarrow (y-1)(y+1) > 0$

(1) $y - 1 > 0 \Rightarrow y > +1$



(2) $y + 1 > 0 \Rightarrow y > -1$





$F(x,y) = y^2 - 1$

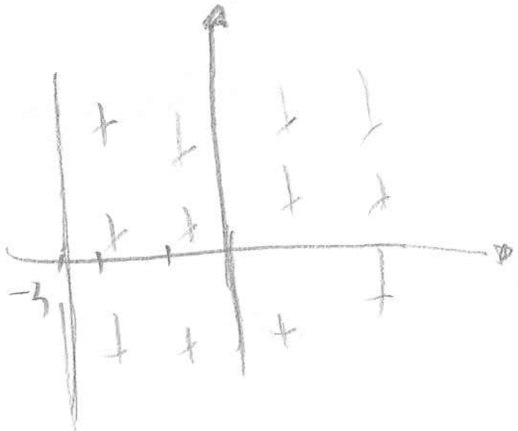
$F(0,0) = 0 - 1 < 0$ !!

$F(0,+2) = 4 - 1 > 0$ !

$F(0,-2) = 4 - 1 > 0$ !

N: $x^2 - xy + 3x - 3y \geq 0 \Rightarrow x(x+3) - y(x+3) \geq 0 \Rightarrow (x+3)(x-y) \geq 0$

① $x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

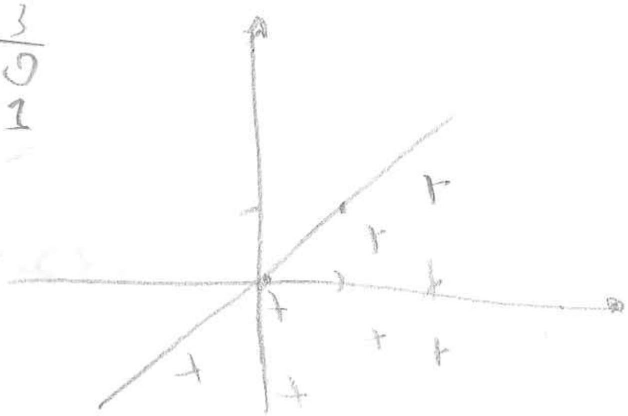


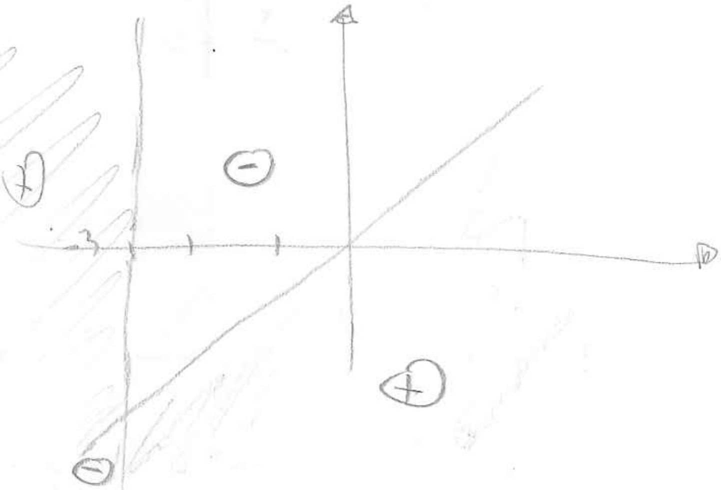

② $x-y \geq 0 \Rightarrow y \leq x$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

$F(x,y) = x-y$

$F(0,-1) = 0+1 > 0$!!






$$F(x,y) = \frac{x^2-xy+3x-3y}{y^2-1}$$

REG. A $F(0,-2) = \frac{0+0+0+6}{4-1} > 0$!

REG. C $F(3,2) = \frac{9-(3\cdot 2)+9-6}{4-1} = \frac{+9-6+9-6}{3} > 0$!!

REG. D $F(0,\frac{1}{2}) = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}-1} > 0$!!


REG. F $F(-4,-2) = \frac{16-8-12+6}{4-1} = \frac{22-20}{3} > 0$!!

REG. G $F(-4,+2) = \frac{16+8-12-6}{4-1} = \frac{24-18}{3} > 0$!!

11/09/2011 - 10.30/13.00 - Es. Pag. 635

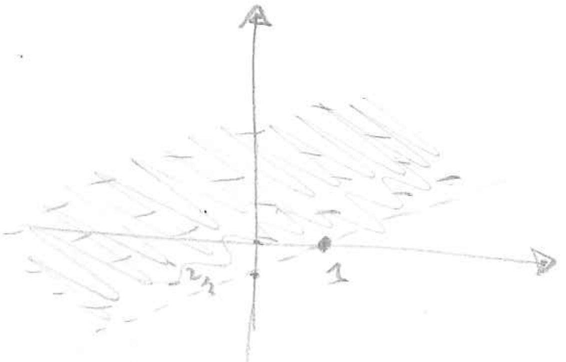
(19) $|2x-3y|<2$

SUDDIVIDO LA DISEQUAZIONE IN DUE COMPONENTI E LE ANALIZZO SINGOLARMENTE, INTERSECANDO I RISULTATI ALLA FINE

$$2x-3y<2 \wedge 2x-3y>-2$$

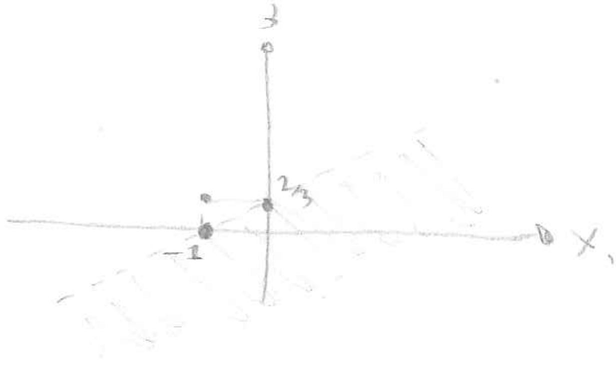
(1) $2x-3y<2 \Rightarrow 2x-3y-2<0 \Rightarrow y > \frac{2x-2}{3}$

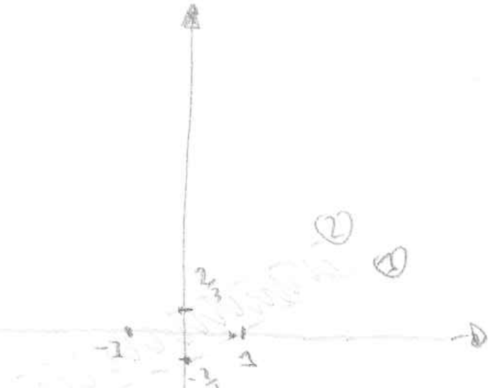
| x | y |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | $-\frac{2}{3}$ (-0,6) |




(2) $2x-3y>-2 \Rightarrow 2x-3y+2>0 \Rightarrow y < \frac{2x+2}{3}$

| x | y |
|---|---|
| -1 | 0 |
| 0 | $\frac{2}{3}$ |




$F(x,y) = |2x-3y| < 2$

$F(0,0) = 0 < 2$ !!

$F(1,\frac{2}{3}) = |2 - 3\cdot\frac{2}{3}| = 0 < 2$

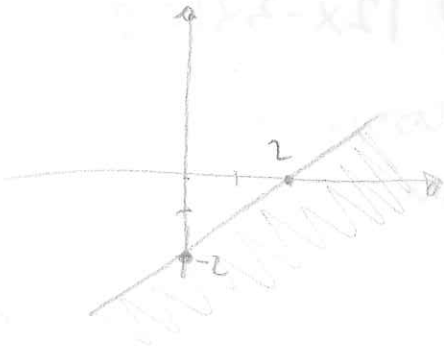
$F(-1,-\frac{2}{3}) = |-2+0| = 0 < 2$

20) $|x-y| \geq 2$

$$x-y \geq 2 \quad \vee \quad x-y \leq -2$$

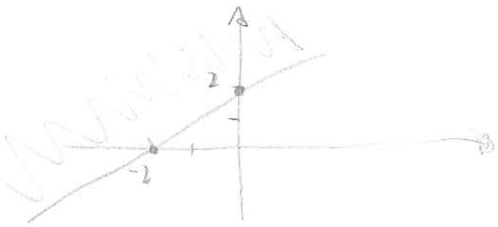
1) $x-y \geq 2 \Rightarrow y \leq -2+x$

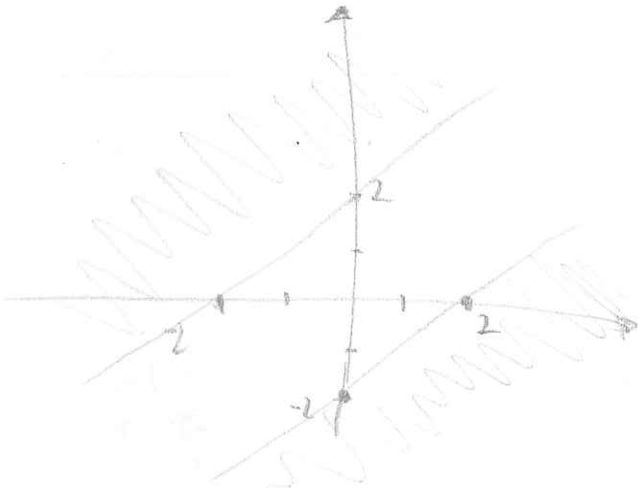
| x | y |
|---|---|
| 0 | -2 |
| 2 | 0 |



2) $x-y \leq -2 \Rightarrow y \geq +2+x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 2 |
| -2 | 0 |





$F(x,y) = |x-y|$

$F(0,3) = |0-3| = 3 \geq 2!$

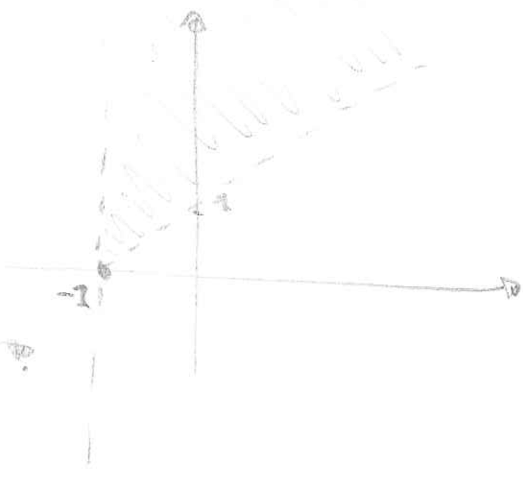
$F(0,-3) = |0+3| = 3 \geq 2!$

21) $|x+1| < y$

Suddiviso dei casi:

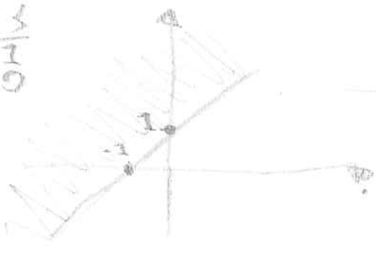
$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+1 < y \end{cases} \vee \begin{cases} x+1 < 0 \\ -x-1 < y \end{cases}$$

1.1) $x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$



1.2) $x+1 < y \Rightarrow y > x+1$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| -1 | 0 |

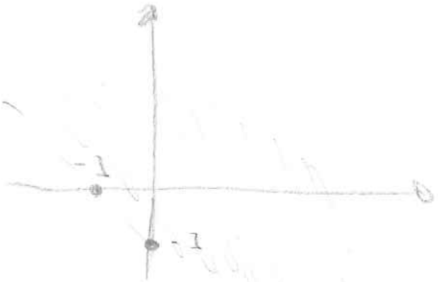


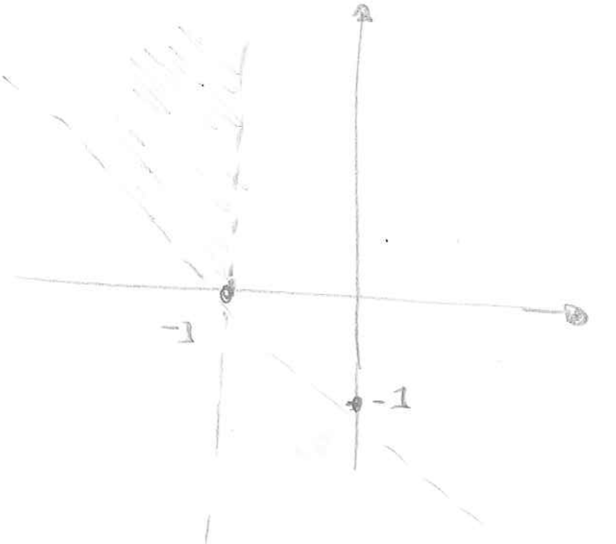
(19)

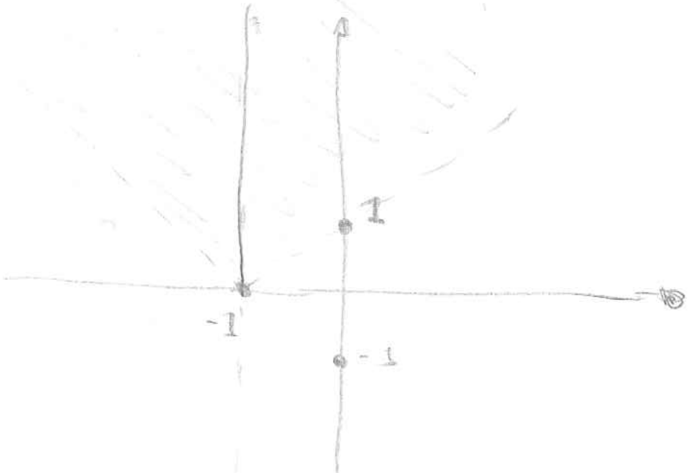
(1.1) $x+1<0 \Rightarrow x<-1$


(1.2) $-x-1<y \Rightarrow y>-x-1$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | -1 |
| -1 | 0 |



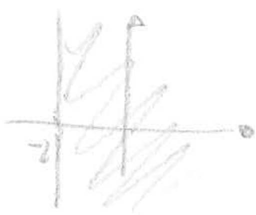




(2) $|x+2|<y-1$

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+2 < y-1 \end{cases} \vee \begin{cases} x+2 < 0 \\ -x-2 < y-1 \end{cases}$$

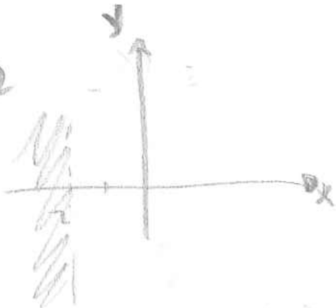
(1.1) $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$




(1.2) $x+2<y-1 \Rightarrow y>x+3$

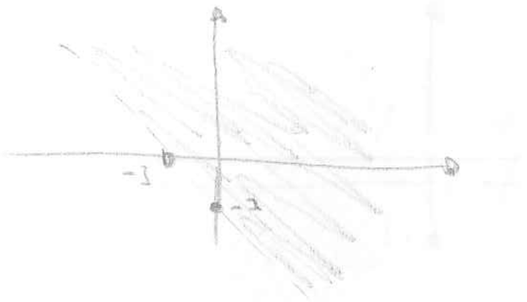
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 3 |
| -3 | 0 |


2.1) $x+2<0 \Rightarrow x<-2$



2.2) $-x-2<y-1 \Rightarrow y>-x-1$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| -1 | 0 |



34) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{|y|-2} > 0 \\ y^2 - 4x^2 > 0 \end{cases}$

CONSIDERO SEPARATAMENTE LE DUE DISEQUAZIONI

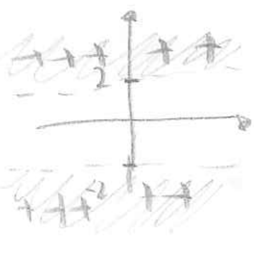
1) $\dfrac{x-1}{|y|-2} > 0$ È UNA RAZIONAL FRATTA!! DEVO ANALIZZARE NUMERATORE E DENOMINATORE E CONSIDERARE, POI, I SEGNI CONCORDI!!! $(>0)$

N: $x-1>0 \Rightarrow x>1$

D: $|y|-2>0 \Rightarrow |y|>2$ ← LA SOLUZIONE DI QUESTA RENDE POSITIVO IL DENOMINATORE!!!

DIVIDO NEI CASI

$y>2 \lor y<-2$




$F(x,y) = \dfrac{x-1}{|y|-2} > 0$

REG. A $F(2,3) = \dfrac{2-1}{3-2} = \dfrac{1}{1} > 0$!!

REG. B $F(2,-3) = \dfrac{2-1}{|-3|-2} = 1 > 0$!!

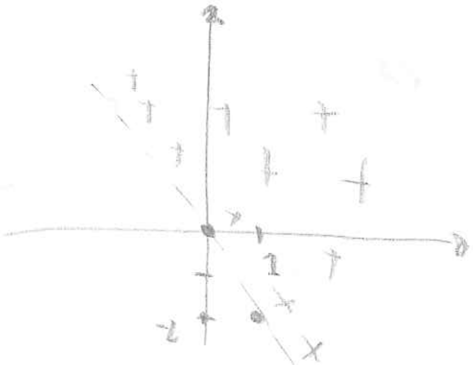
REG. C $F(0,0) = \dfrac{0-1}{0-2} = \dfrac{1}{2} > 0$!!

② $y^2-4x^2>0 \Rightarrow (y+2x)(y-2x)>0$

PRODOTTO!!
ANALIZZO LE DUE DI FASCIO
IL PRODOTTO DEI SEGNI PRENDENDO
LE ZONE POSITIVE!! (>0)

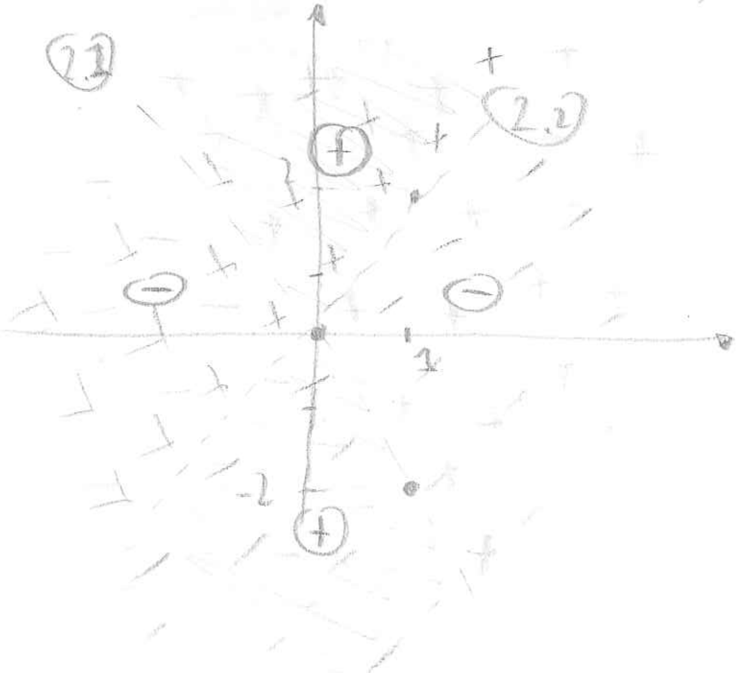
2.1 $y+2x>0 \Rightarrow y>-2x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | -2 |

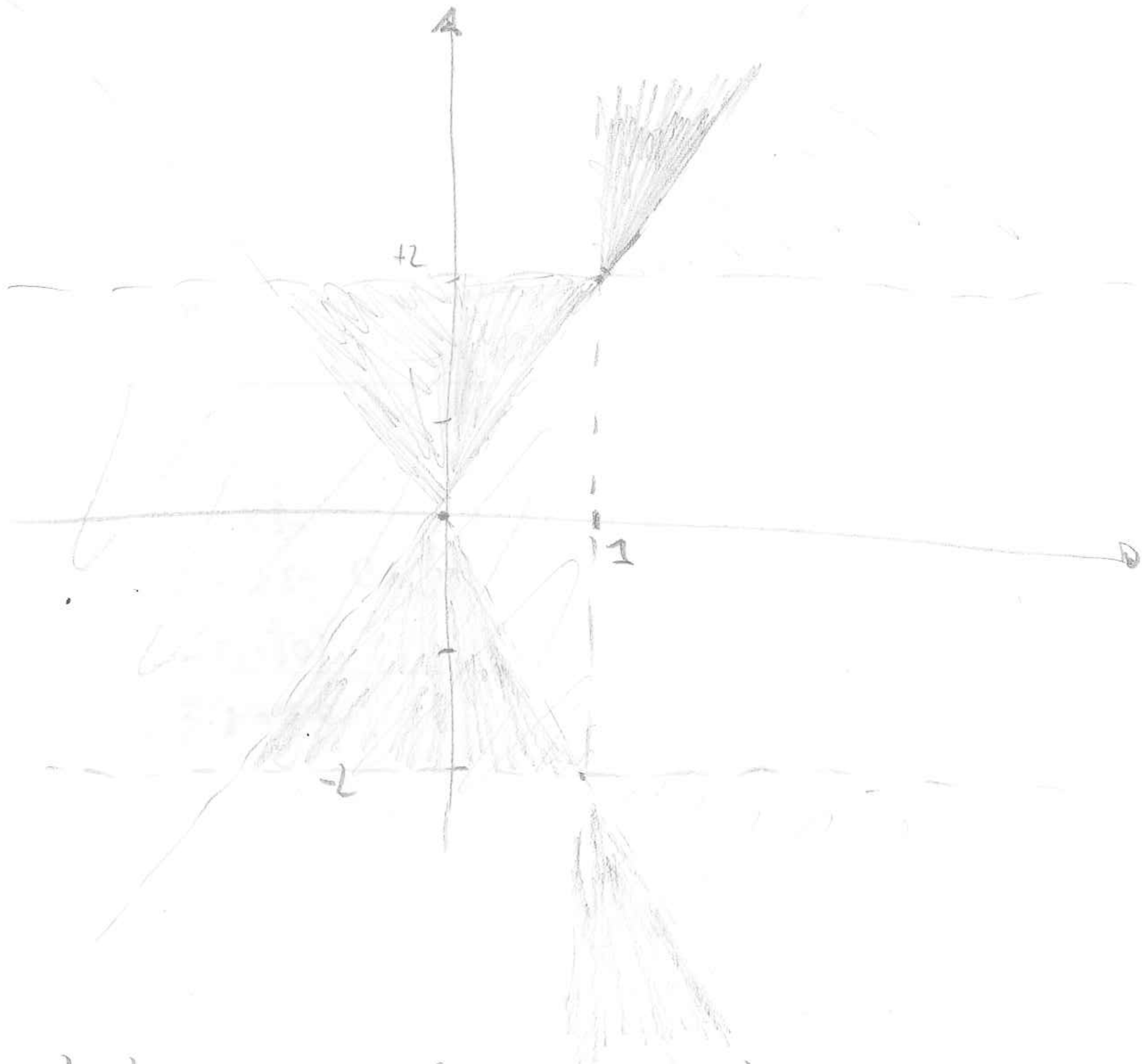


2.2 $y-2x>0 \Rightarrow y>+2x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |



(17) UNISCO LE SOLUZIONI DEL SISTEMA




(1) $x^2+y^2+3x-1>0$ (CIRCONFERENZA $x^2+y^2+ax+by+c=0$ CON $a=3,\ b=0,\ c=-1$)

$C\left(-\frac{3}{2},0\right)$

$-2x_0=3 \Rightarrow x_0=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^2+(0)^2-r^2=-1 \Rightarrow$

$-2y_0=0 \Rightarrow y_0=0$

$\Rightarrow \frac{9}{4}+1=r^2 \Rightarrow r=\sqrt{\frac{13}{4}}=r=\frac{\sqrt{13}}{2}\ (1.8)$

(2) $x^2+y^2-4x \le 0$

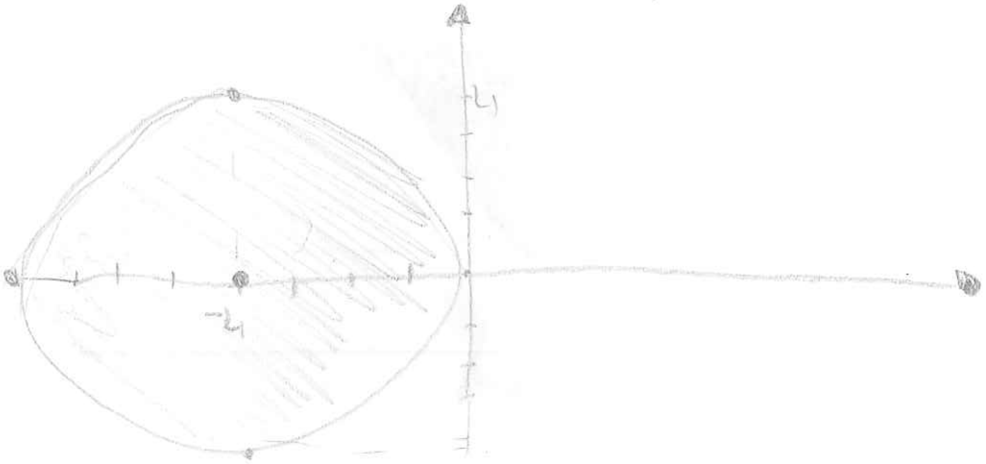
$-2x_0=-4$

$-2y_0=0$

$C(-4,0)$

$(-4)^2+(0)^2+r^2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 16-r^2=0 \Rightarrow r=4$




(3) $2x^2+2y^2-4y+1 \ge 0 \Rightarrow x^2+y^2-2y+\frac{1}{2} \ge 0$

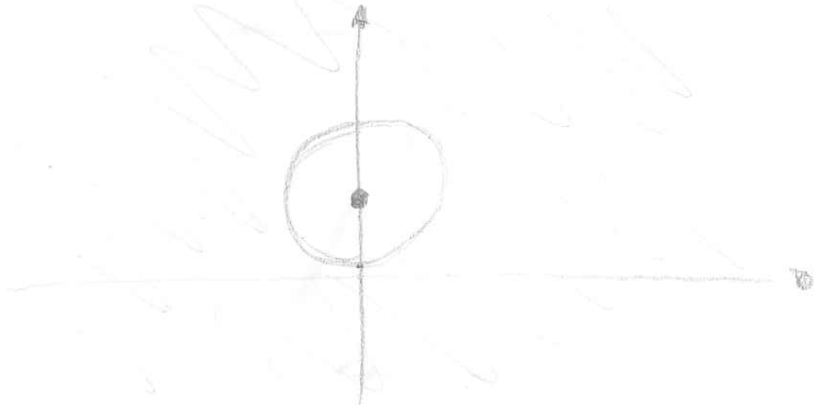
$-2x_0=0$

$-2y_0=-2 \Rightarrow y_0=1$

$C(0,1)$

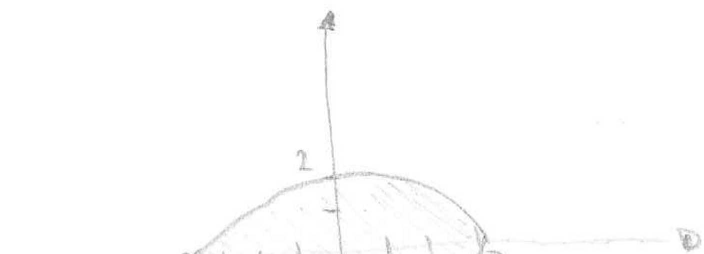
$(0)^2+(1)^2-r^2=\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow r^2=1-\frac{1}{2} \Rightarrow r^2=\frac{1}{2} \Rightarrow r=\frac{1}{\sqrt{2}}$



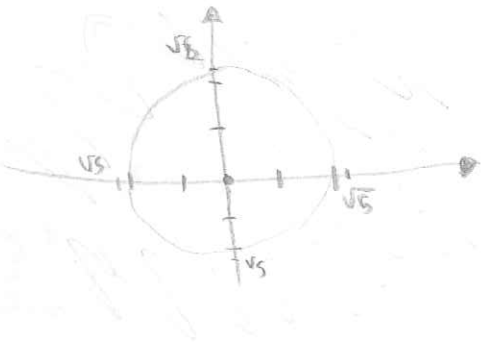
(4) $4x^2+9y^2-36<0 \xRightarrow{\text{DIVIDO PER 36}} \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}<1$ $\boxed{\text{ELLISSE!!}}$

$a=3,\ b=2$



8) $\begin{cases} x^2+y^2 \geq 5 \\ x^2+y^2 \leq 11-2x-2y \end{cases}$

1) $x^2+y^2 \geq 5 \qquad r=\sqrt{5}$




2) $x^2+y^2 \leq 11-2x-2y \Rightarrow x^2+y^2+2x+2y-11 \leq 0$

$-2x_0=2 \Rightarrow x_0=-1$

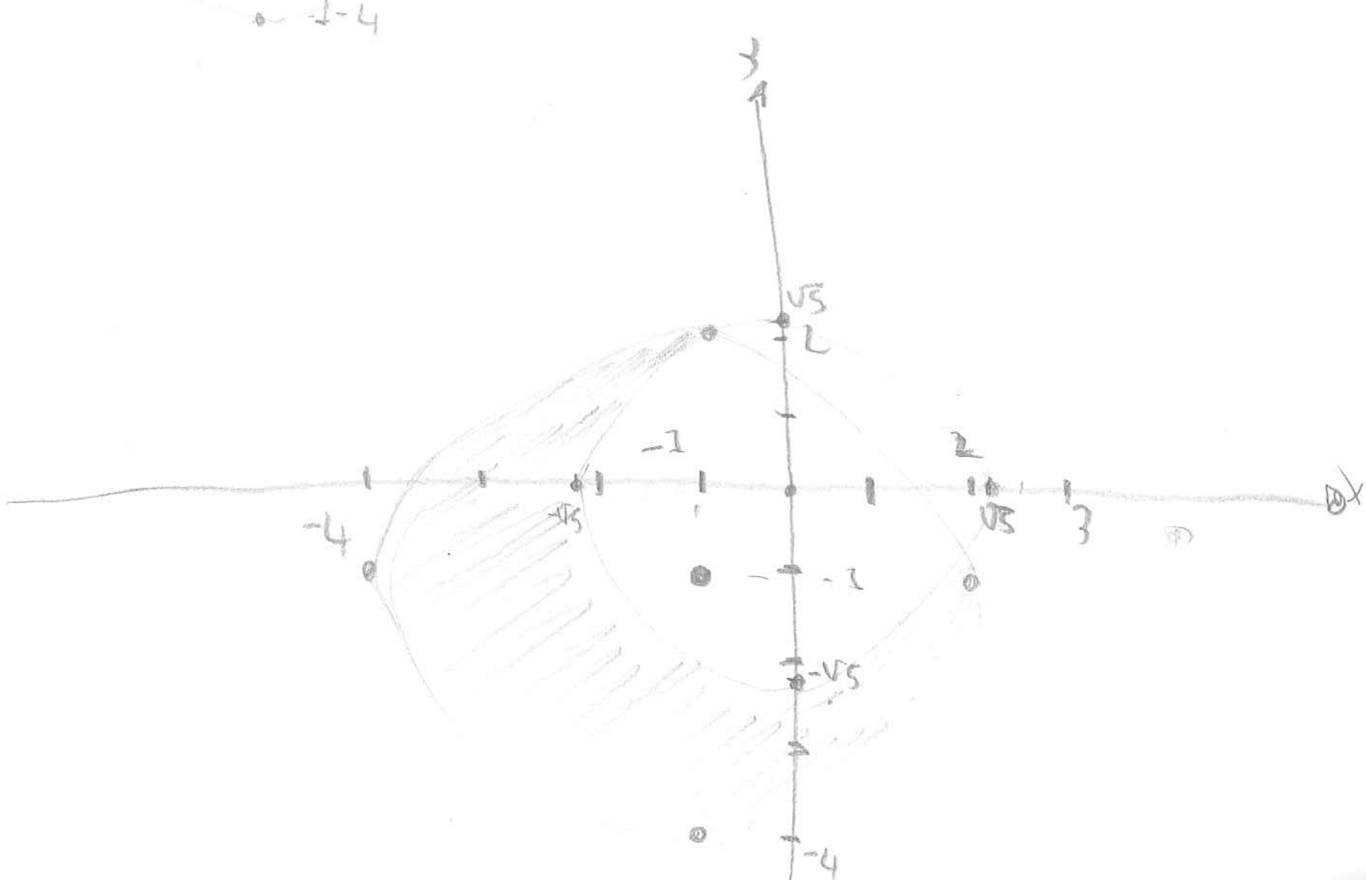
$-2y_0=2 \Rightarrow y_0=-1$

$C(-1,-1)$

$(-1)^2+(-1)^2-r^2=-11 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1+1-r^2=-11 \Rightarrow$

$\Rightarrow -r^2=-9 \Rightarrow \boxed{r=3}$

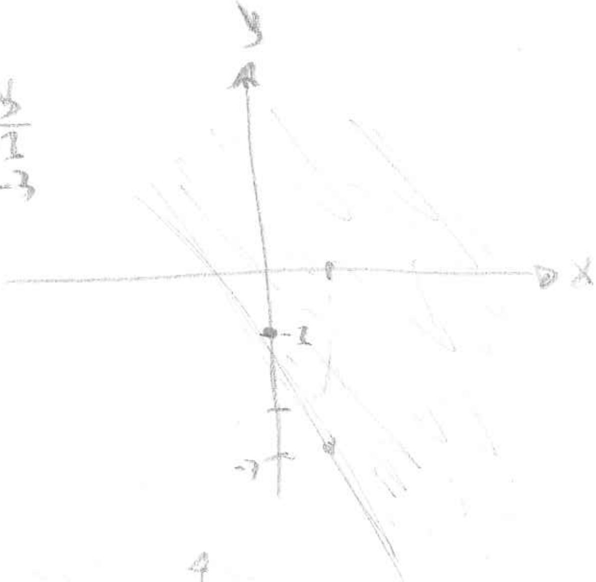



20 $\sqrt{2x+y+1} \geq 2$

$$\begin{cases} 2x+y+1 \geq 0 \\ 2x+y+1 \geq 4 \end{cases}$$

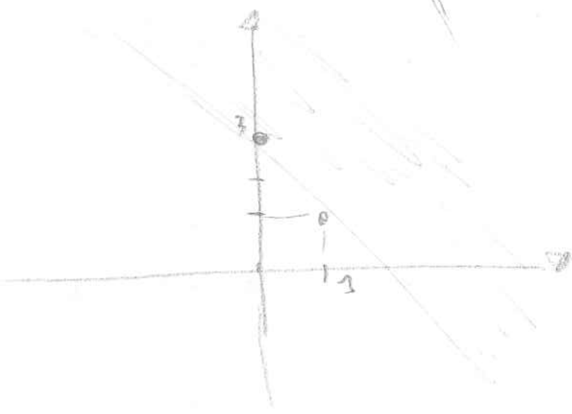
1 $2x+y+1 \geq 0 \Rightarrow y \geq -2x-1$

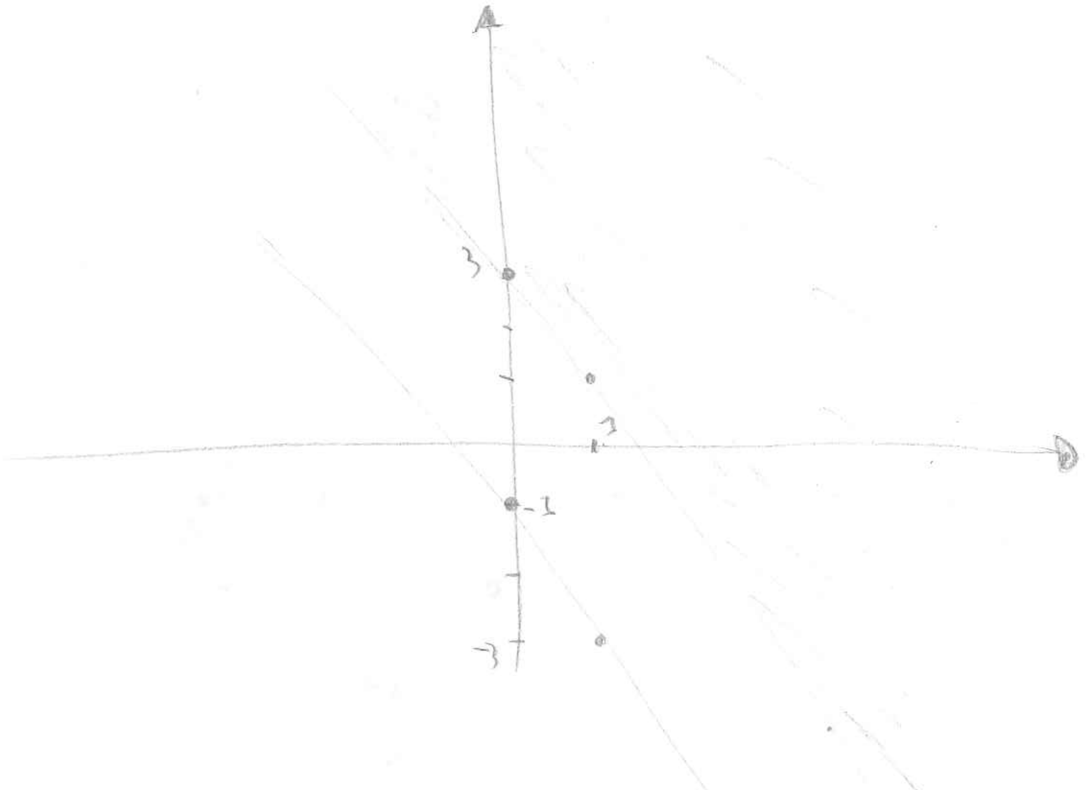
| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| 1 | -3 |



2 $2x+y+1 \geq 4 \Rightarrow y \geq -2x+3$

| x | y |
|---|---|
| 0 | +3 |
| 1 | +1 |





(19)

SE IL DUNQUE. ERA $0 < \frac{1}{2} < 1$ SI CAMBIA IL VERSO

(22) $4^{2x+y} < 2 \Rightarrow 2^{4x+2y} < 2^{1} \Rightarrow 4x+2y < 1$

$y < \dfrac{-4x+1}{2}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 1/2 |
| 1/4 | 0 |


(24) $\log_{1/2}(x-y^2) > 1 \Rightarrow \log_{1/2}(x-y^2) > \log_{1/2}\frac{1}{2} \Rightarrow$

TRA 0 e 1!! CAMBIO SEGNO!!

$\Rightarrow x-y^2 < \frac{1}{2} \quad \wedge \quad x-y^2 > 0$

(1) $x-y^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow x < y^2 + \frac{1}{2}$ (PARABOLA CON $x = ay^2+by+c$)

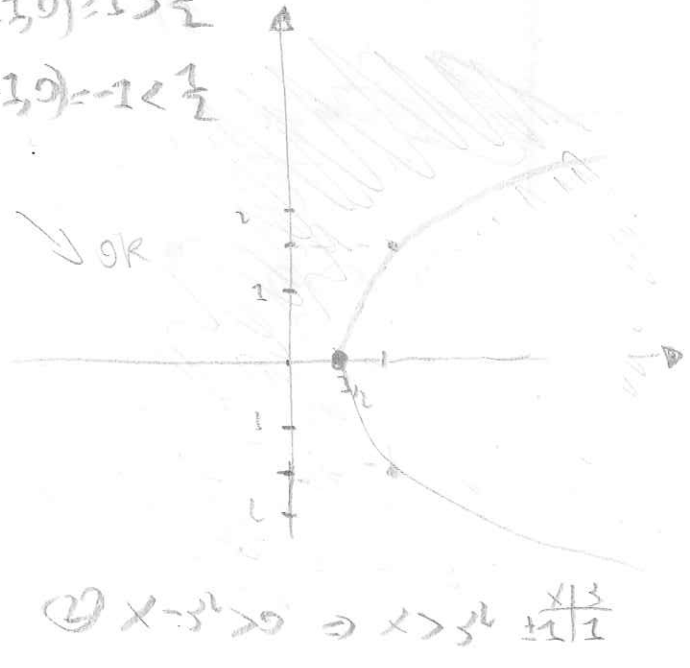
$a=1,\ b=0,\ c=\frac{1}{2}$

$V = \left(-\dfrac{b^2-4ac}{4a}, -\dfrac{b}{2a}\right) = \left(-\dfrac{0-4\cdot 1\cdot \frac{1}{2}}{4\cdot 1}, -\dfrac{0}{2\cdot 1}\right) = \left(+\frac{1}{2}, 0\right)$

$F(1,0) = 1 > \frac{1}{2}$

$F(-1,0) = -1 < \frac{1}{2}$

→ OK



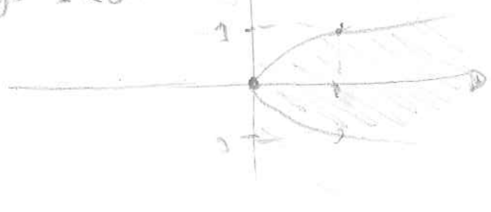

| x | y |
|---|---|
| ±3/2 | 1 |

(2) $x-y^2 > 0 \Rightarrow x > y^2$

| x | y |
|---|---|
| ±1 | 1 |

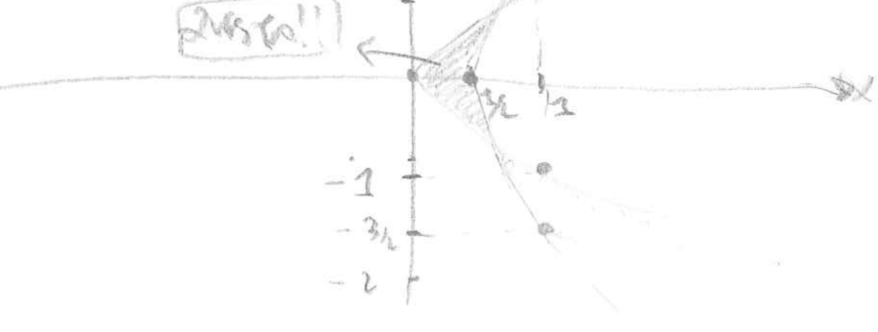
$F(1,0) = 1 > 0$!!

$F(-1,0) = -1 < 0$!!




$F(\frac{1}{4}, 0) = \log_{1/2}(\frac{1}{4}-0) = 2 > 1$!!!

$F(1,0) = \log_{1/2}(1) = 0 < 1$!!!



31) $\log_{x^2} y > \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{x^2} y > \log_{x^2} x^{2 \cdot \frac{1}{2}} \rightarrow$

$\hookrightarrow$ c'è da considerare anche questo!!

$F(2, \frac{1}{2}) = \log_4 \frac{1}{2} = -0,5 < \frac{1}{2}$!!

$F(\frac{1}{2}, 2) = \log_{\frac{1}{4}} 2 = -0,5 < \frac{1}{2}$!!

$$\begin{cases} y > x \\ x^2 \geq 1 \\ x^2 > 0 \\ y > 0 \\ x > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y < x \\ x^2 \leq 1 \\ x^2 > 0 \\ y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

1)

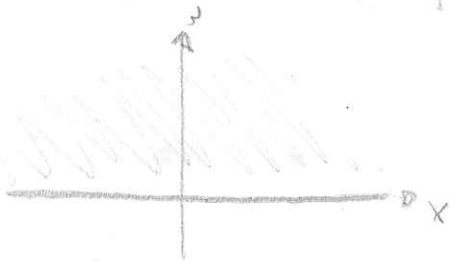
1.1) $y > x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

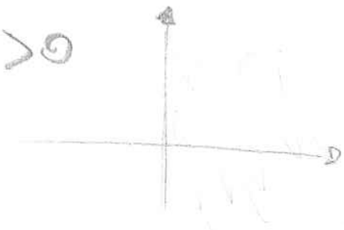

1.2) $x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1$

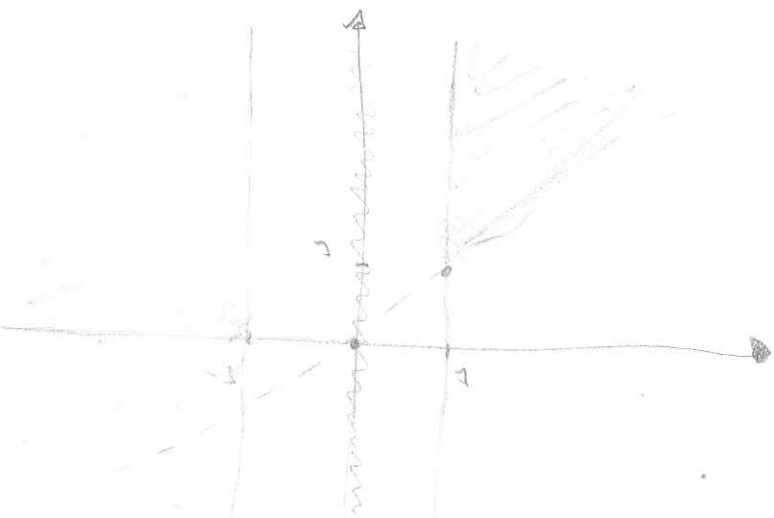

1.3) $x^2 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$


1.4) $y > 0$




1.5) $x > 0$

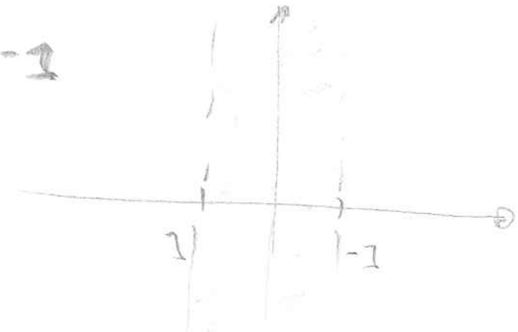




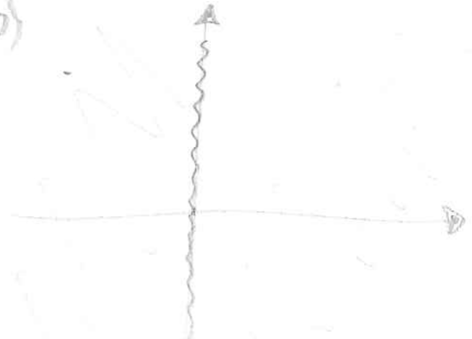
2) 2.1) $y < x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

2.2) $x^2 < 1 \Rightarrow x < 1 \wedge x > -1$




2.3) $x^2 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

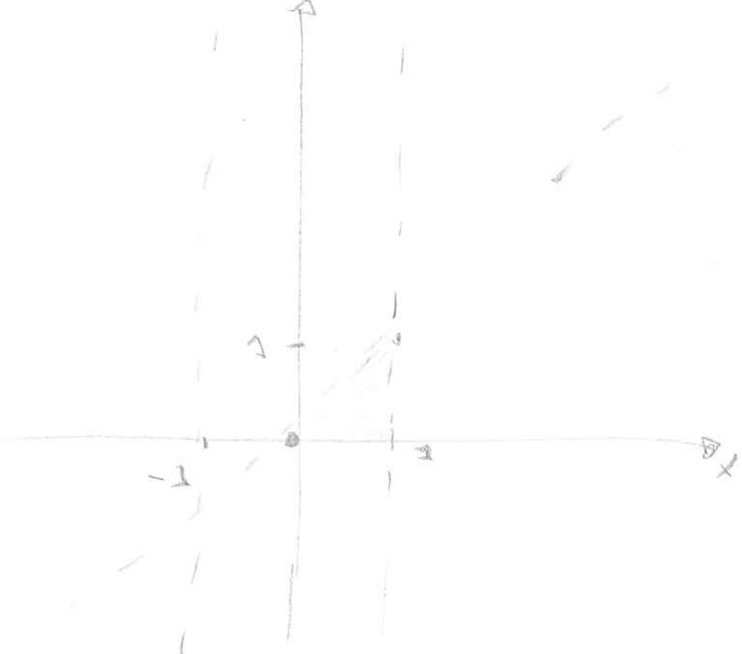


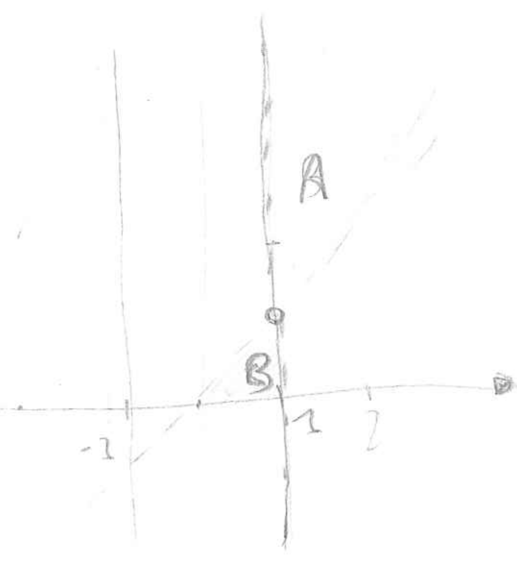
2.4) $y > 0$

2.5) $x > 0$

REG. B $F(1/2, 1/4) = \log_{(\frac{1}{2})^2} \frac{1}{4} = 1 > \frac{1}{2}$!

REG. A $F(2, 3) = \log_{(2)^2} 3 = 0{,}79 > 0{,}5$!!!

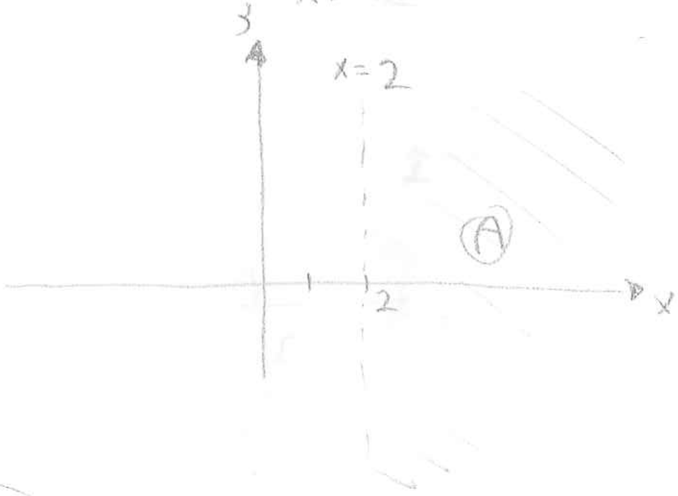


# ESERCIZI RIEPILOGO

## PAG. 632 N. 3

$x-2>0 \Rightarrow x>2$



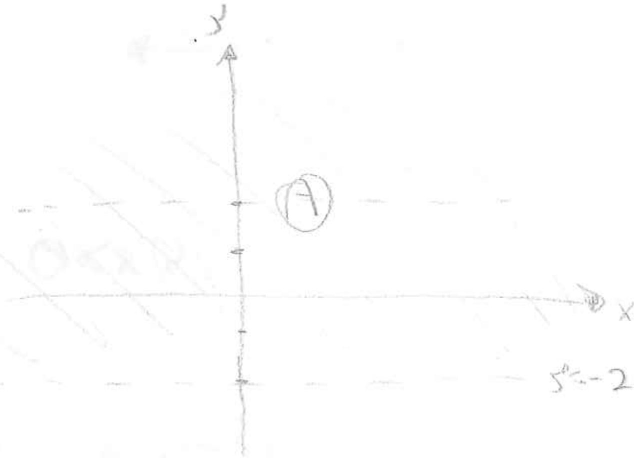

LA SOLUZIONE È LA REGIONE A

$F(x,y) = x-2$

$F(3,0) = 3-2 = 1 > 0$ !!

## PAG. 632 N. 4

$y+2>0 \Rightarrow y>-2$




LA SOLUZIONE È LA REGIONE A

$F(x,y) = y+2$

$F(0,0) = 2 > 0$ !!

## PAG. 632 N. 5

$2x+1 \leq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2}$

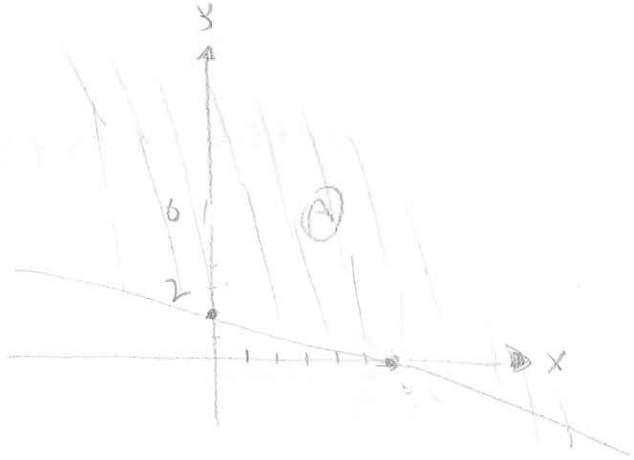

LA SOLUZIONE È LA REGIONE A

$F(-1,0) = -2+1 = -1 < 0$ !!

## 21 PAG. 632 N. 9

$x+3y-6 \geq 0 \Rightarrow 3y \geq 6-x \Rightarrow y \geq \frac{-x+6}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 6 | 0 |
| 0 | 2 |




SOLUZIONE REGIONE A

$F(7,0) = 7-6 = 1 \geq 0$ "

$F(0,0) = -6 \leq 0$ "

## PAG. 633 N. 18

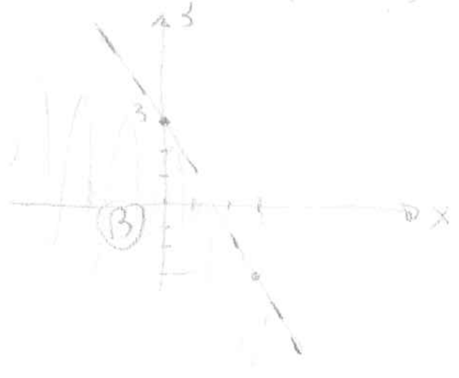
$$\begin{cases} x > 1 & ① \\ 2x+y-3 < 0 & ② \end{cases}$$

RICORDA: QUANDO HAI UN SISTEMA, SI PRENDONO LE AREE COMUNI !!

① $x > 1$


② $2x+y-3<0 \Rightarrow y < -2x+3$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 3 | -3 |
| +3/2 | 0 |




SOLUZIONE $\boxed{C = A \cap B}$

PAG. 633 N. 19

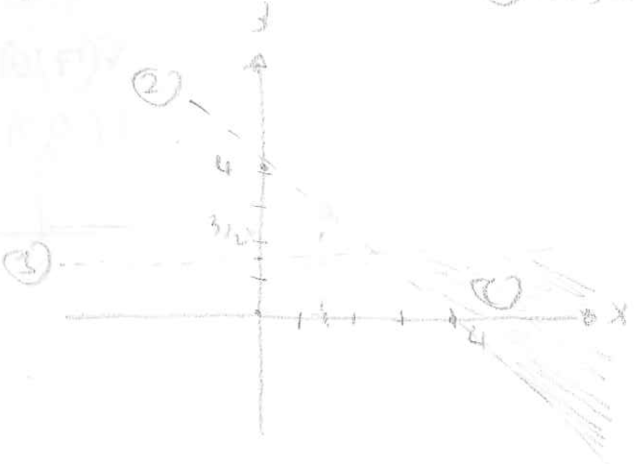
$$\begin{cases} 2y < 3 & (1) \\ x+y-4>0 & (2) \end{cases}$$

(1) $y < \frac{3}{2}$ (1,5)

(2) $x+y-4>0 \Rightarrow y > -x+4$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 4 | 0 |

SOLUZIONE AREA (C)




PAG. 633 N. 28

$x-2y-2>0 \wedge -x<0 \wedge 2x+y \geq -2$

RICORDA: $\wedge$ è INTERSECATO, QUINDI SOLUZIONI COMUNI!!!

(1) $x-2y-2>0 \Rightarrow 2y < x-2 \Rightarrow y < \frac{x-2}{2}$

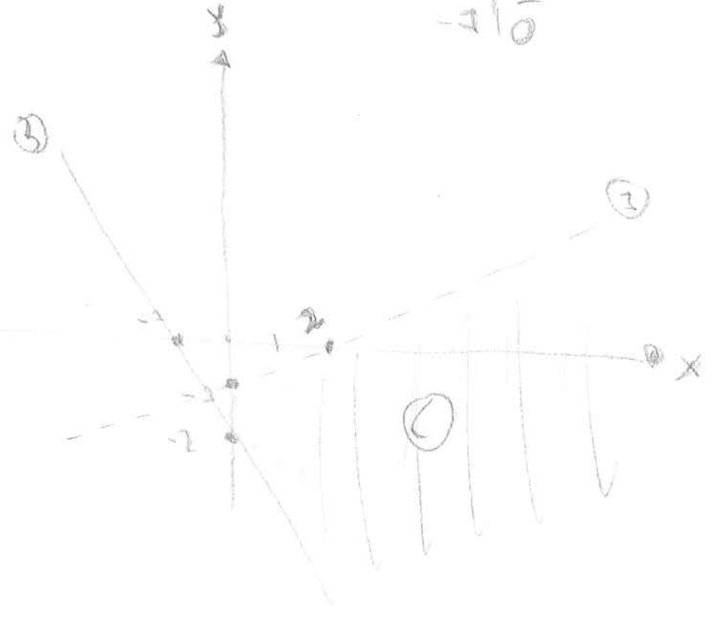
| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| 2 | 0 |

(2) $x>0$

(3) $2x+y \geq -2 \Rightarrow y \geq -2x-2$

| x | y |
|---|---|
| 0 | -2 |
| -1 | 0 |

SOLUZIONE (C)



## PAG. 634 N. 5

$$x^2 - y^2 \geq 0 \Rightarrow (x-y)(x+y) \geq 0$$

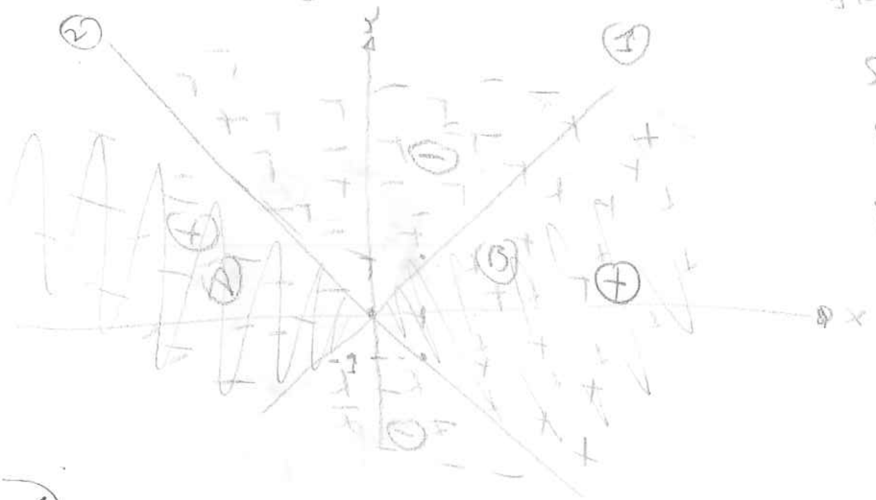
RICORDA: PRODOTTO DI FUNZIONI, SI MOLTIPLICANO I SEGNI E SI PRENDE QUELLO INDICATO DALLA DISEQUAZIONE!

① $x - y \geq 0 \Rightarrow y \leq x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

② $x + y \geq 0 \Rightarrow y \geq -x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | -1 |




SOLUZIONE = B ∪ A

$F(1,0) = 1 - 0 \geq 0$!!

$F(-1,0) = 1 - 0 \geq 0$!!

## PAG. 634 N. 6

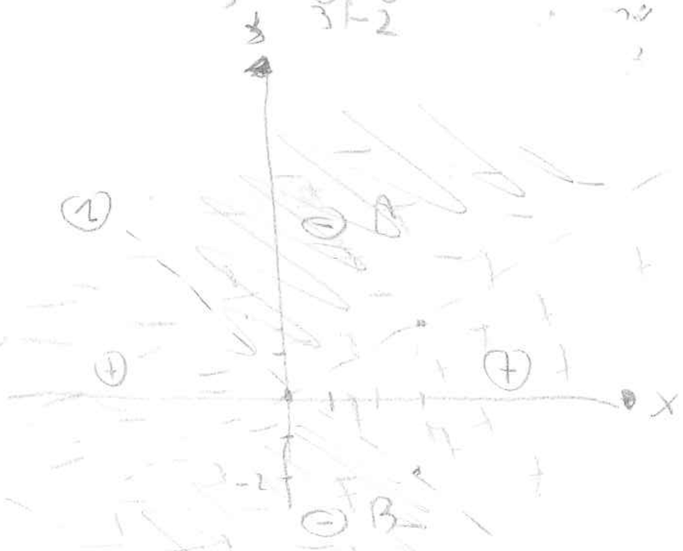
$$4x^2 - 9y^2 < 0 \Rightarrow (2x+3y)(2x-3y) < 0$$

① $2x + 3y < 0 \Rightarrow y < -\frac{2x}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | -2 |

② $2x - 3y < 0 \Rightarrow y > \frac{+2x}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | +2 |




$F(0,-1) = (0-3)(0+3) < 0$!!

$F(0,1) = (0+3)(0-3) < 0$!!

SOLUZIONE C = A ∪ B

PAG. 634 N. 7

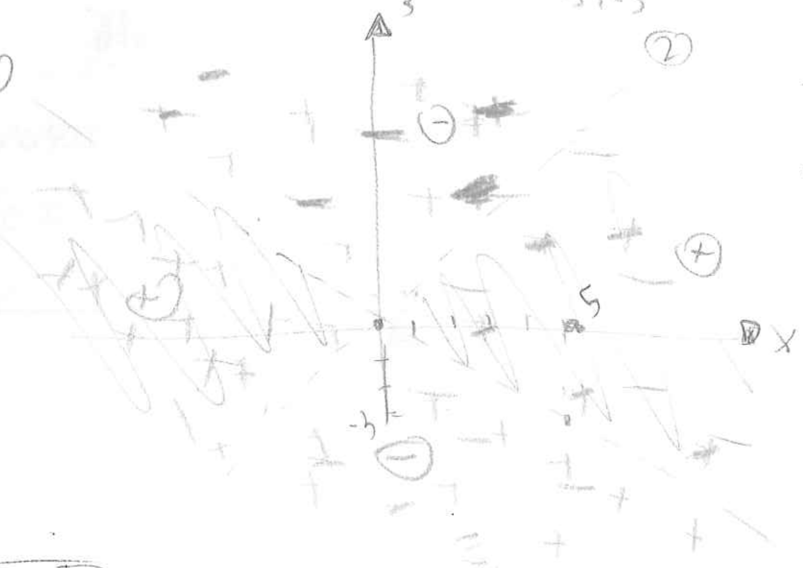
$$3x^2+2xy-5y^2\geq 0 \Rightarrow (-3x-5y)(-x+y)\geq 0$$

① $-3x-5y>0 \Rightarrow 5y<-3x \Rightarrow y<-\frac{3}{5}x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 5 | -3 |

② $-x+y>0 \Rightarrow y>x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |



$F(1,0)=(-3)(-1)>0$!!

$F(-1,0)=(+3)(+1)>0$!!

PAG. 634 N. 17

$$\frac{x^2-xy+3x-3y}{y^2-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-y)(x+3)}{y^2-1}\geq 0$$

NOTA: QUANDO CI SONO F. RAZIONALI FRATTE SI PRENDONO LE REGIONI CON SEGNO COMUNE!! (SE $\geq 0$)

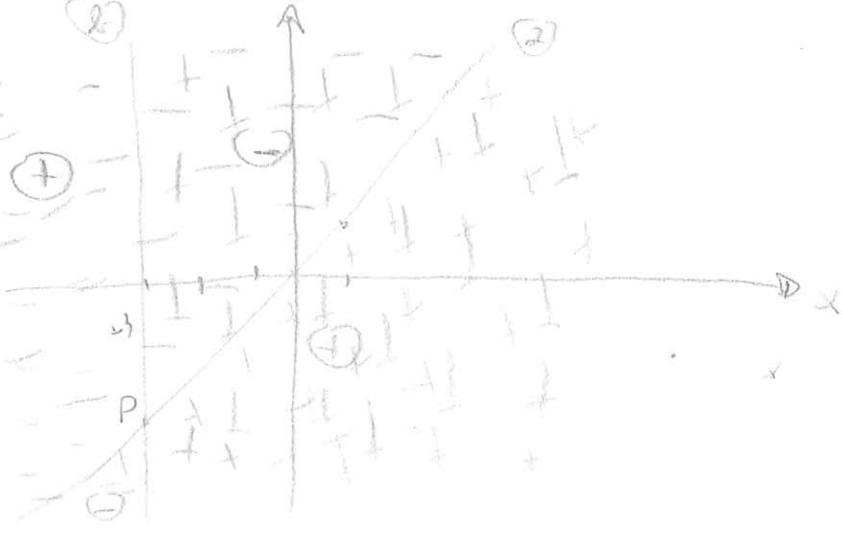
N: $(x-y)(x+3)\geq 0$

① $x-y\geq 0 \Rightarrow y\leq x$

② $x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -3$

$N(1,0)=4\geq 0$!!

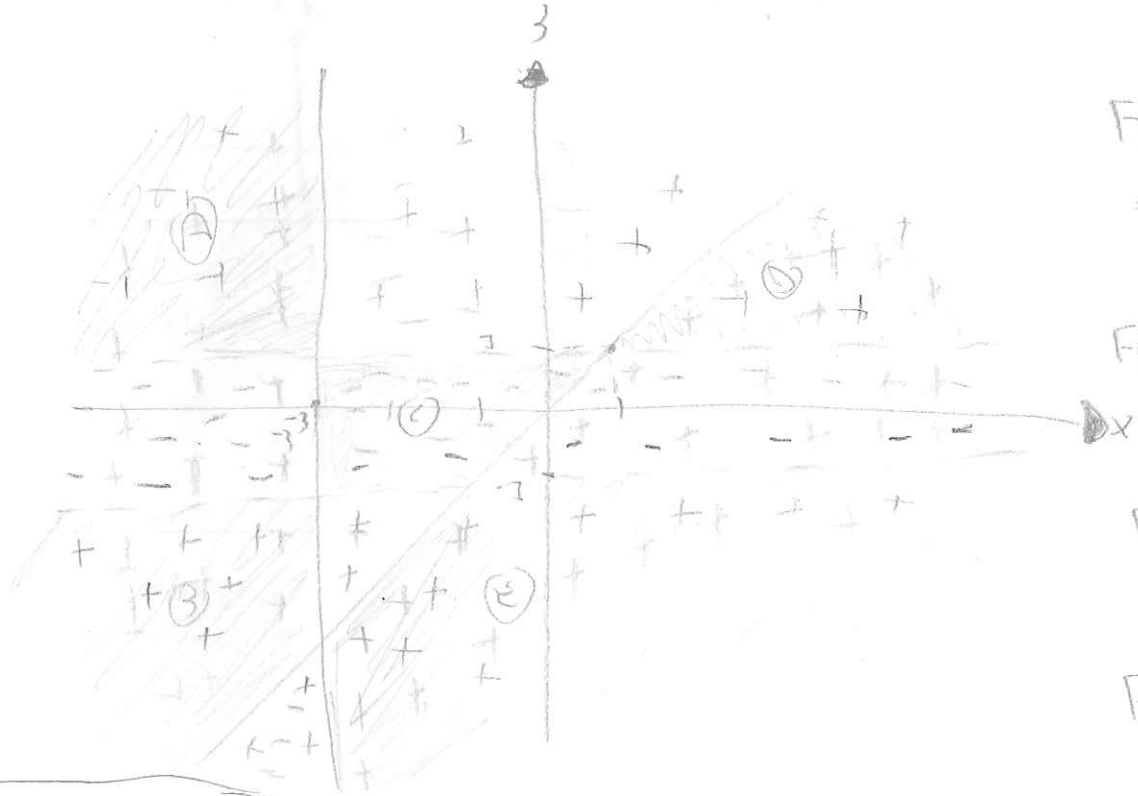
$N(-4,0)=(-4)(1)\geq 0$!!



(23) D: $y^2-1>0$

$y^2>1$

$y>1 \vee y<-1$



(A)

$F(-4,2)=\frac{(-4-2)(-4+3)}{16-1}=\frac{-8\cdot(-1)}{15}>0$ !!

(B)

$F(-4,-2)=\frac{(-4+2)(-4+3)}{16-1}>0$ !!

(C)

$F(-1,0)=\frac{(-1)(-1+2)}{0-1}>0$ !!

(D)

$F(5,2)=\frac{(5-2)(5+3)}{25-1}>0$ !!

(E)

$F(5,-2)=\frac{(5+2)(5+3)}{25-1}>0$ !!

PAG. 635 N.30

$$\frac{1-|x-2y|}{|x+2y|-2}>0$$

N: $1-|x-2y|>0 \Rightarrow |x-2y|<+1 \Rightarrow x-2y>-1 \wedge x-2y<+1$

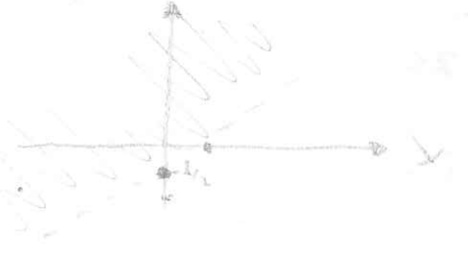
INFURSCATO ↓

ⓐ $x-2y>-1 \Rightarrow y<\frac{+1+x}{2}$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $1/2$ |
| $-1$ | 0 |

ⓑ $x-2y<1 \Rightarrow y>\frac{-1+x}{2}$

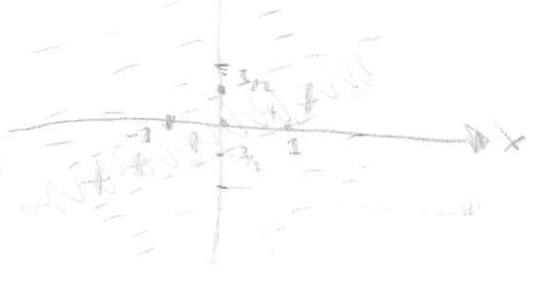
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $-1/2$ |
| 1 | 0 |



$N(0,\frac{1}{4})=$

$=1-|0-2\cdot\frac{1}{4}|=$

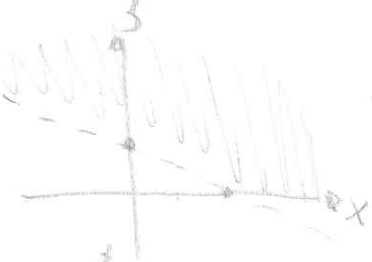
$=1-|-\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}>0$



$|x+2y|-2>0 \Rightarrow x+2y>2 \vee x+2y<-2$

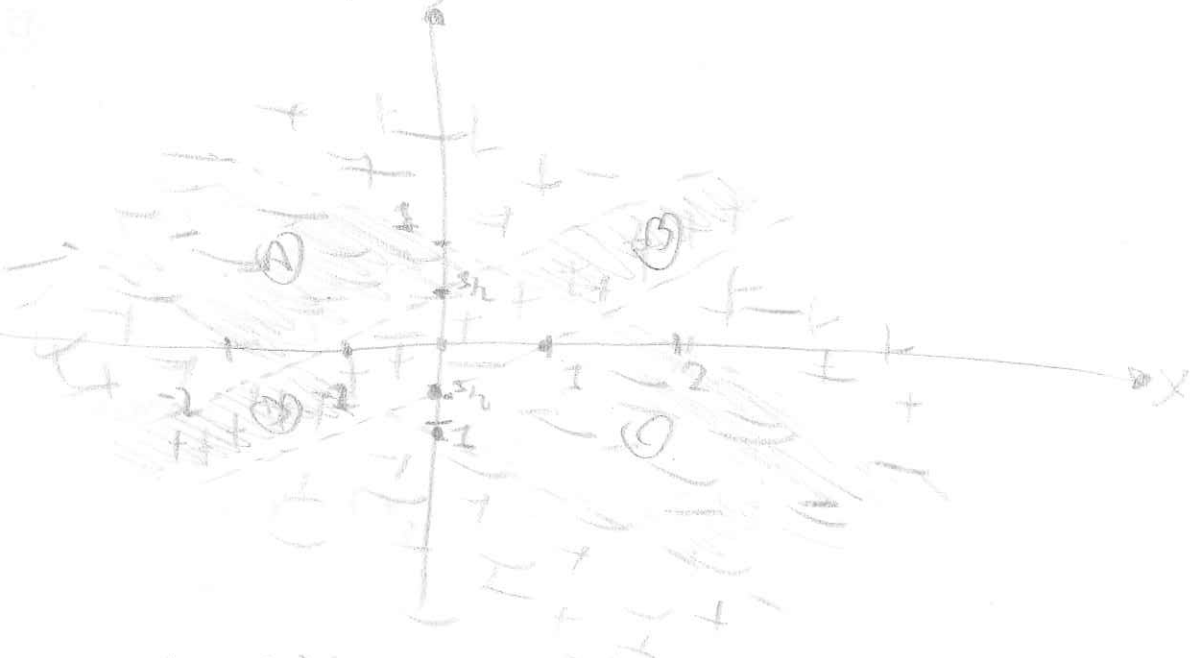
a) $x+2y>2 \Rightarrow y>\frac{2-x}{2}$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 2 | 0 |



b) $x+2y<-2 \Rightarrow y<\frac{-2-x}{2}$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | -1 |
| -2 | 0 |



A) $F(-1,\tfrac{1}{2})=\dfrac{1-|-1-2(\frac{1}{2})|}{|-1+2(\frac{1}{2})|-2}=\dfrac{1-|-1-1|}{|-1+1|-2}=\dfrac{-1}{-2}=+\dfrac{1}{2}\geq 0$!!

B) $F(2,1)=\dfrac{1-|2-2(1)|}{|2+2|-2}=\dfrac{1-0}{4-2}\geq 0$!!

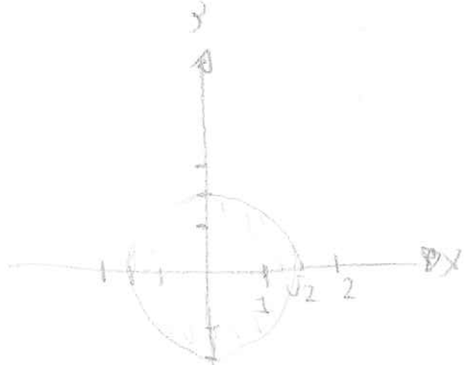
C) $F(2,-1)=\dfrac{1-4}{-2}\geq 0$!!

D) $F(-2,-1)=\dfrac{1-|-2-2(-1)|}{|-2-2|-2}=\dfrac{1-0}{4-2}\geq 0$!!

PAG. 635 N. 6

$$\begin{cases} x^2+y^2-2<0 \\ x^2+y^2-3x+y<0 \end{cases}$$

(1) $x^2+y^2-2<0 \Rightarrow x^2+y^2<2 \quad r=\sqrt{2}$

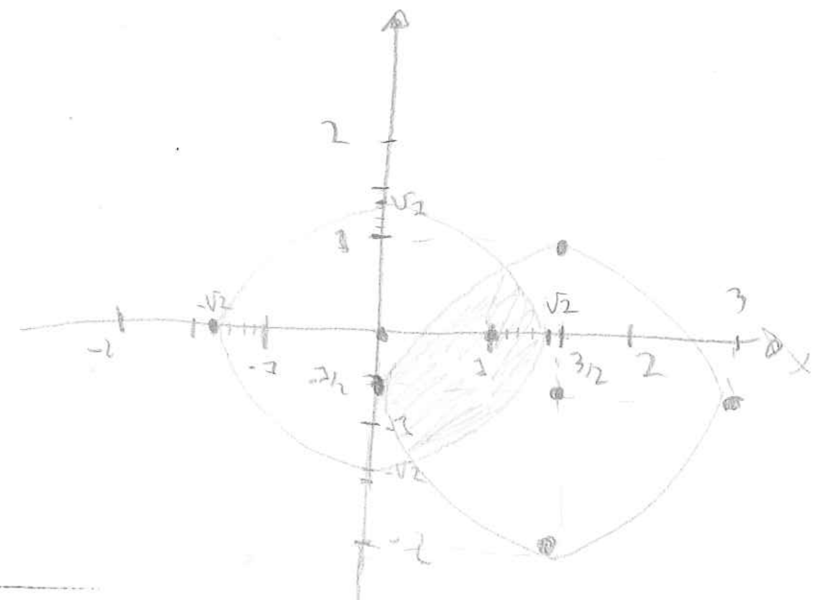


(2) $x^2+y^2-3x+y<0 \Rightarrow -2x_0=-3 \Rightarrow x_0=+\frac{3}{2}$

$-2y_0=1 \Rightarrow y_0=-\frac{1}{2}$

$x_0^2+y_0^2-r^2=0 \Rightarrow \frac{9}{4}+\frac{1}{4}=r^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{10}{4}=r^2 \Rightarrow r=\sqrt{\frac{5}{2}}\simeq 1,5$

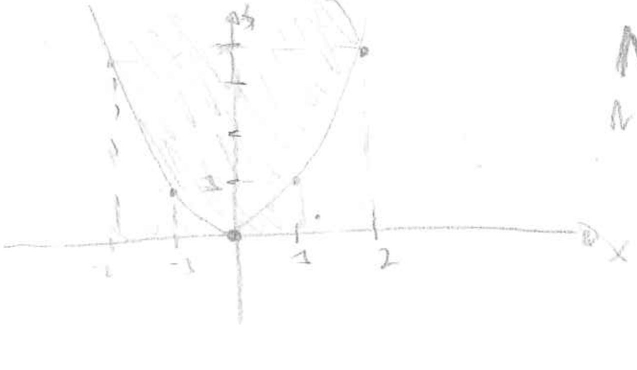


PAG. 636 N. 28

$$\frac{y-x^2}{\lg(x+2y)}\leq 0$$

N≥ $y\geq x^2$

| x | y |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| -1 | 1 |
| -2 | 4 |



$N(2,0)=-4\leq 0$

$N(0,1)=1>0$!!

$\textcircled{D}$: $\log(x+2y) > 0 \Rightarrow \log(x+2y) > \log 1 \Rightarrow x+2y > 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow y > \frac{1-x}{2}$

| x | y |
| --- | --- |
| 0 | 1/2 |
| 1 | 0 |

NOTA: PRENDO LE REGIONI DISCORDI PERCHÉ LA TRACCIA È $\leq 0$!!

$OF(2,0) = \frac{-4}{\log(2)} < 0$!!!

PAG. 636 N. 14

$$\begin{cases} x^2 - y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

(IPERBOLE EQUILATERA)

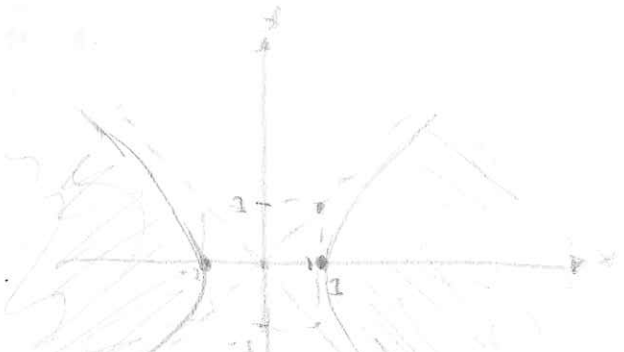
① $x^2 - y^2 \geq 1 \Rightarrow$

| x | y |
| --- | --- |
| ±1 | 0 |

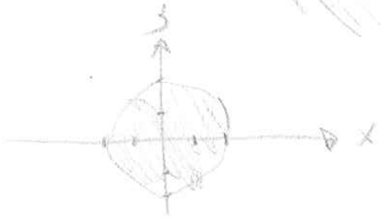
① IN $(2,0)$

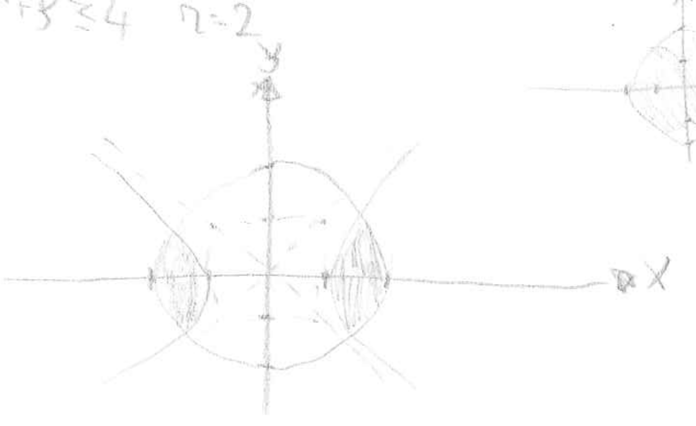
$4 - 0 - 1 \geq 0 \Rightarrow 3 \geq 0$!!

① IN $(0,0)$ $-1 \leq 0$!!



② $x^2 + y^2 \leq 4$ $r = 2$

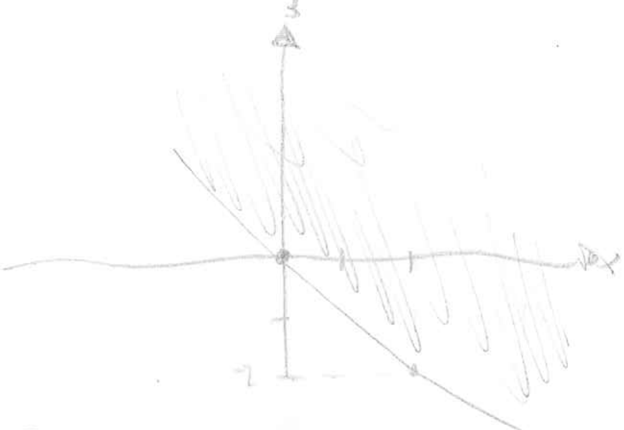




(25) $\sqrt[3]{1-x-2y} \leq 1 \Rightarrow 1-x-2y \leq 1 \Rightarrow y \geq -\frac{x}{2}$

PAG. 636 N. 27

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 2 | -2 |




PAG. 636 N. 29

$$\log\left(\frac{x+y}{x-y}\right) > 0 \Rightarrow \log\left(\frac{x+y}{x-y}\right) > \log 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{x-y} > 1 \Rightarrow \frac{x+y-x+y}{x-y} > 0 \Rightarrow \frac{2y}{x-y} > 0$$

(N) $2y > 0 \Rightarrow y > 0$

(D) $x-y > 0 \Rightarrow y < +x$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | +1 |


$F(-5,-1) = \lg\left(\frac{-5-1}{-5+1}\right) > 0$ !!!

$F(+5,+1) = \lg\left(\frac{5+1}{5-1}\right) > 0$ !!